UNIVERSIDADE REGIONAL INTEGRADA DO ALTO URUGUAI E DAS MISSÕES-URI CAMPUS DE ERECHIM
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

CAMILA PASQUETTI

PROPOSTA DE APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS ATRAVÉS DE MATERIAIS CONCRETOS

ERECHIM, RS
2008

CAMILA PASQUETTI

PROPOSTA DE APRENDIZAGEM DE POLINÔMIOS ATRAVÉS DE MATERIAIS CONCRETOS

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso de Matemática, Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI – Campus de Erechim.

Orientadora: Profª. Ms. Hélia Valério Thibes

ERECHIM, RS

2008

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pois sem Ele, nada seria possível. Aos meus pais, pelo esforço, dedicação e compreensão, em todos os momentos desta e de outras caminhadas. Ao meu namorado, pela compreensão e paciência. A minha orientadora, Profª: Hélia Valério Thibes, pela dedicação, orientação e sabedoria.

Que não lhes falte saúde e esperança, alegria e muita paz. Quero lhes agradecer pela dedicação plena. Surgem, nos horizontes, dias mais tranqüilos e noites mais amenas, porque a felicidade está chegando e nada seria possível sem o apoio de vocês.

A filosofia está escrita em um grande livro – quero dizer o Universo, que permanece continuamente aberto ao nosso olhar, todavia não pode ser entendido a menos que se aprenda primeiro a língua e se interprete os símbolos em que está escrito. Está escrito na linguagem matemática e seus símbolos são triângulos, círculos, e outras figuras geométricas, sem os quais é humanamente impossível entender uma só palavra; sem essa compreensão se estará vagando em um obscuro labirinto.

Galileo Galilei

RESUMO

O presente estudo, caráter bibliográfico, questiona o ensino da álgebra na 7ª série da Educação Fundamental, bem como avalia as formas como é ministrado, propondo novos métodos pedagógicos, nos quais a ênfase recai em jogos e materiais concretos. Com o intuito de apresentar brevemente a história da matemática, a história da álgebra e fundamentar a importância dos jogos para a aquisição de conhecimentos algébricos, sugerir novas propostas metodológicas para tal e disponibilizar recursos concretos, realizou-se este estudo, no qual apresenta-se um caminho, à primeira vista viável, no sentido de transformar a forma de ensinar e aprender a matemática, procurando torná-la mais fácil, compreensível e menos assustadora, pois a matemática é vista pela maioria das pessoas como uma área do conhecimento difícil e complicada. Com certeza, não será o fim de todos os problemas, mas a intenção deste trabalho é, além de compartilhar informações, auxiliar àqueles de maior interesse e preocupados com uma formação plena de ser humano.

Palavras-chave: Polinômios. Álgebra. Ensino-aprendizagem.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

1 INTRODUÇÃO

Um aluno da 7ª série diz: "… Adoro a disciplina de matemática, estamos estudando Álgebra, como é fácil e divertido aprender este conteúdo". Estranhou? Surpreendeu-se?

Realmente, sabe-se que a matemática sempre foi um "bicho de sete cabeças", algo enigmático, difícil e incompreensível, desde o primário, quando da sua introdução, até sua divisão de conteúdos, como é o caso do ensino da álgebra, na 7ª série. Com este foco pretende-se, num objetivo mais amplo, verificar as possíveis contribuições dos materiais concretos para o ensino da álgebra na 7ª série do Ensino Fundamental. O primeiro passo é analisar a história da matemática e da álgebra, bem como a importância do jogo no processo ensino-aprendizagem da mesma. Depois da análise, é viável a sugestão de propostas e possíveis aplicações do "material concreto", que auxiliem o ensino-aprendizagem das operações com polinômios; e também disponibilizar um recurso para facilitar o trabalho em sala de aula.

Este estudo se justifica pela indiscutível importância que o ensino da matemática tem para a formação dos alunos. As dificuldades encontradas por alunos e professores são muitas e conhecidas. Porém, para a superação desses obstáculos, tornou-se necessário ir ao encontro de soluções. Soluções estas apresentadas num estudo que propõe a construção de conceitos pelo próprio aluno, utilizando para isso materiais concretos e jogos, pois, para se chegar ao abstrato é preciso partir do concreto. A diversidade de propostas de trabalho com material concreto é devida ao fato de que por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, de homem e de mundo, pois subjacente a ele existe uma proposta pedagógica que o justifica, porque material algum é válido por si só.

O presente estudo está dividido em três partes. Na primeira seção, faz-se uma retomada histórica da matemática, apresenta-se sua evolução, o desgosto dos alunos pela matemática, depois de um certo tempo, as práticas pedagógicas e a importância do material concreto e dos jogos no processo ensino-aprendizagem.

Na segunda seção, define-se álgebra, com a colaboração de diversos autores e sugerem-se maneiras para que o seu ensino seja atraente e que instigue o pensamento lógico de forma simples, mas eficaz.

Para finalizar, fica disponível um recurso que será útil para a prática do ensino da álgebra. Recurso este descrito como “Jogo de Álgebra”, que pode ser construído pelos próprios alunos, podendo tornar o aprendizado mais prazeroso e menos “tortuoso”, como alguns costumam dizer que a matemática é uma tortura.

É um sonho, mas quem sabe um dia ouvir-se-á da maioria dos alunos a frase transcrita antes. Enquanto isso, como futuros educadores, continuar-se-á buscando novas formas, atraentes, divertidas, mas precisas para o processo ensino-aprendizagem da matemática e para o processo evolutivo do ser humano.

2 O HOMEM E A MATEMÁTICA

A humanidade se descobre dentro da dimensão de sentido; sentido este que consiste nos valores criados pelo homem a partir dos quais ele instaura um sistema de significações. Evoluindo, seres humanos passaram a perceber e dar significados aos fenômenos que constituem o mundo, transformando, de forma simbólica, os valores que criam e sentem.

Quando o homem passa a vincular suas significações à idéia de racionalidade, o centro do sistema é a própria razão, na qual tudo deve ser racional. O homem da razão exige um homem do cálculo, da análise imparcial, do pensamento científico, da ação técnica. Esse sistema de significações fundou a ordem do mundo em princípios lógico-matemáticos, construiu a ciência e estabeleceu a civilização da ciência e da tecnologia.

Para Renita Klüsener (1998),

> a matemática associada à ciência tem sido entendida como uma entidade que habita uma esfera superior, onde poucos podem compreendê-la, devido à sua complexidade, ao rigor lógico associado a uma linguagem quase que hermética, apesar dela estar sempre presente em nossas ações cotidianas. [...] (p. 175).

A linguagem matemática evidencia uma certa universalidade. Porém, essa universalidade possui dois lados: um dos lados tem a matemática como ciência exata que, em busca de um rigor, criou um mundo próprio, isolado para os matemáticos, além de ser vista como instrumento discriminatório. O outro lado evidencia a linguagem matemática útil e importante na comunicação, no entendimento e na compreensão do contexto social.

Para Danyluk (1991 apud KLÜSENER, 1998),

> [...] é fundamental compreender o sentido do fenômeno da alfabetização matemática. Ser alfabetizado em matemática é entender o que se lê e escreve, o

> que se entende a respeito das primeiras noções de aritmética, geometria e lógica, sem perder a dimensão social e cultural desse processo: é buscar o significado do ato de ler e de escrever, presentes na prática cotidiana [...]. (p. 177).

O fazer matemático revela que as crianças que chegam à escola normalmente gostam da matemática, mas ao longo de sua trajetória pela escola, esse gosto pela matemática decresce, processo que resulta em um sentimento de antipatia e de incapacidade diante da disciplina.

Esse desgosto pela matemática no decorrer do processo pode estar relacionado à distância entre a matemática ensinada na escola, onde se utiliza na maioria das vezes uma metodologia ultrapassada, que não possibilita o desenvolvimento da linguagem em todos os seus aspectos e em suas diferentes expressões – oral, escrita, visual – nem a formação de conceitos, pois utiliza-se de um vocabulário básico limitado, restritivo e específico; e a realidade matemática vivenciada pelo aluno.

Isto porque, para Klüsener (1998),

> [...] até que o aluno se torne capaz de utilizar esta linguagem formalizada, ele precisa compreender o significado do conceito ou da teoria que está sendo estudada [...]. E precisa saber falar e escrever sobre este conceito, na sua linguagem usual, para só depois, fazê-lo na linguagem simbólica (p. 200).

Para Miguel (2003), o mais importante de uma proposta de formação de conceitos matemáticos é a compreensão do educador como mediador do processo de construção do conhecimento, criando situações pedagógicas para que o aluno exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para as situações apresentadas, para ele a idéia de contextualizar o processo de formação dos conceitos em matemática se mostra presente, de forma implícita, nas tentativas de renovação do ensino da matemática no contexto brasileiro.

Segundo uma reportagem publicada pelo Jornal da Unicamp, o Brasil foi promovido ao Grupo IV da International Mathematical (IMU), entidade que congrega 66 nações e que tem por objetivo fomentar a cooperação internacional nesta área do conhecimento, no que se refere à qualidade da pesquisa em matemática, porém a comemoração não pode ser feita por completo, pois o excelente desempenho da pesquisa matemática brasileira não se reflete no ensino da disciplina, principalmente nas séries iniciais e particularmente nas escolas públicas. Infelizmente, atualmente a pesquisa e o ensino em matemática compõem mundos distintos e distanciados.

Sabe-se que são muitas e conhecidas as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem da matemática. Percebem-se, assim, dois lados opostos: um, onde o aluno não entende a matemática ensinada pela escola, muitas vezes acaba reprovado na disciplina, ou, quando aprovado, sente grandes dificuldades em utilizar o conhecimento que foi, na medida do possível, “adquirido”. Resumindo, o aluno de fato não consegue ter efetivo acesso a esse saber com importância fundamental.

Do outro lado, fica o professor, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos. E, tendo dificuldades, ou não sabendo como repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico, procura novos elementos, novos métodos para ensinar determinados conteúdos.

Como é de fundamental importância que o ensino em matemática ganhe qualidade e que os pesquisadores participem na definição das diretrizes que orientam o seu ensino, “fica claro, então, que é necessário incrementar o processo pedagógico, tanto pela formação contínua de professores, como a partir de um investimento em projetos de escola, ação que passa pela inovação e pelo ensaio de novas formas de trabalho pedagógico” (MIGUEL, 2003, p. 381).

Ainda segundo Miguel (2003), uma das ações que podem ser realizadas na tentativa de superar o desinteresse dos alunos diz respeito ao material concreto e aos jogos, instrumentos que podem favorecer a aprendizagem de conteúdos matemáticos para esses alunos com dificuldades de aprendizagem.

O professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais concretos ou os jogos são importantes para o ensino-aprendizagem da matemática e em que momentos devem ser usados. Geralmente costuma-se justificar a importância desses elementos apenas pelo caráter “motivador” ou pelo fato de se ter “ouvido falar” que o ensino da matemática tem de partir do concreto ou, ainda, porque através deles as aulas ficam mais alegres e os alunos passam a gostar da matemática.

Segundo Segalin (2005), nas últimas décadas, a matemática passou a ser tratada na escola de uma forma mais abrangente, o que possibilitou a criação de uma área denominada “Educação Matemática”.

Quanto à Educação Matemática, Bicudo (1995, p. 7 apud SEGALIN, 2005, p. 137) afirma que

> a Educação Matemática toma como ponto de partida o cuidado com o aluno, considerando sua realidade histórica e cultural e possibilidades de vir-a-ser; cuidado com a Matemática, considerando sua história e modos de manifestar-se no cotidiano e na esfera científica; cuidado com o contexto escolar, lugar onde a educação escolar se realiza. Cuidado com o contexto social, onde relações entre pessoas, entre grupos, entre instituições são estabelecidas e onde a pessoa educada também de um ponto de vista matemático é solicitada a situar-se, agindo como cidadão que participa das decisões e que trabalha participando das forças produtoras.

Com efeito, sabe-se que existem diferentes propostas de trabalho que possuem materiais com características muito próprias, utilizadas de formas distintas e em diferentes momentos no processo ensino-aprendizagem.

No entanto, por trás de cada material e de cada proposta, esconde-se uma visão de educação, de matemática, de homem e de mundo, ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica.

Portanto, educar para construção do conhecimento matemático é comprometer-se com a formação de sujeitos capazes de crítica e autocrítica, capazes de pensamento criativo e transformador; sujeitos que se posicionem frente à realidade e que defendam seus pontos de vista. É formar sujeitos que aprendam a situar o seu EU frente aos outros, convivendo de forma solidária e enfrentando, de maneira positiva, as contradições vivenciadas. É educar a coragem e a ousadia para buscar a superação dos conflitos, negociando as diferentes idéias e criando novos relacionamentos, que melhor expliquem a realidade em que se vive.

2.1 A IMPORTÂNCIA DO JOGO NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

O jogo, ao longo dos anos, foi sofrendo modificações e tomando feições diversas à medida que as discussões sobre o papel e a natureza da educação e o desenvolvimento da psicologia avançaram. As próprias transformações sociais e políticas transformaram também o fazer pedagógico, que, em busca de novas metodologias, apresentou também novos paradigmas pedagógicos.

Fazendo uma retomada histórica e uma breve síntese desses paradigmas, bem como o olhar da sociedade para a criança e o reflexo na escola, é possível dizer o quanto foi e é importante estar sempre inovando metodologicamente e acompanhando o avanço social.

O chamado "Ensino Tradicional" que, apesar dos avanços visíveis, infelizmente ainda é usado em várias escolas "atuais" tinha como principal característica transmitir conhecimento. A sociedade da época (final do séc. XVI) considerava a criança um adulto em miniatura, e acreditava que sua capacidade de assimilação era idêntica à do adulto, apenas menos desenvolvida. Para essa sociedade, o ensino deveria acontecer de forma a corrigir as deficiências ou defeitos das crianças. A aprendizagem do aluno era considerada passiva, consistindo basicamente em memorização de regras, fórmulas, procedimentos ou verdades localmente organizadas. O professor tradicional tinha como papel transmitir e expor conteúdos prontos e acabados; o uso de materiais concretos ou objetos era considerado pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe. Os poucos que aceitavam e utilizavam algum tipo de material, era de maneira puramente demonstrativa, auxiliando na exposição, visualização e memorização do aluno. Citam-se como exemplos: o flanelógrafo, as réplicas grandes em madeiras de figuras geométricas, desenhos ou cartazes fixados nas paredes.

A partir do século XVII, esse tipo de ensino começou a ser questionado. No século XVIII, Rousseau (1727 – 1778), como precurssor de uma nova concepção de escola, considerava a educação como um processo natural do desenvolvimento da criança, valorizava o **jogo**, o trabalho manual, a experiência direta das coisas.

Nesta nova concepção, a escola passa a valorizar os aspectos biológicos e psicológicos do aluno em desenvolvimento, ou seja, o sentimento, o interesse, a espontaneidade, a criatividade e o processo de aprendizagem e, às vezes priorizando estes aspectos em detrimento da aprendizagem dos conteúdos.

Com esta nova concepção de homem e de escola surge um novo paradigma, a "escola ativa", que tinha como prioridade uma educação que seria verdadeiramente educativa se proviesse da atividade dos jovens. Essas atividades seriam canto, desenho, modelagem, "jogos", excursões ao ar livre, manipulação de objetos onde as descrições deveriam preceder as definições; o conceito deveria nascer da experiência direta e das operações sobre as coisas.

Alguns pensadores, como Montessori (1870 – 1952) e Decroly (1871 – 1932), inspirados neste paradigma, resolveram pensar na matemática e desenvolver uma didática especial (ativa).

Montessori, depois de realizar diversas experiências com crianças excepcionais, desenvolveu vários materiais manipulativos destinados à aprendizagem da matemática. Os materiais criados por Montessori davam ênfase para a percepção visual e tátil. Dentre esses materiais, pode-se destacar: “material dourado”, os “triângulos construtores” e os “cubos para composição e decomposição de binômios, trinômios”. Com a aprovação, esses materiais foram posteriormente estendidos para as classes normais.

Acreditava-se não haver aprendizado sem ação. Segundo Azevedo (1979, p. 27 apud FIORENTINI, ano IV, p. 3), “nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração”.

Depois desta citação, pode-se falar da forma que Decroly adotou para ensinar matemática. Para ele, a criança aprende e compreende a matemática tendo como ponto de partida fenômenos naturais, ou seja, o crescimento de uma planta ou a quantidade de chuva recolhida num determinado tempo, para, por exemplo, introduzir medições e contagem. Parte da observação global do fenômeno, para depois analisá-lo, decompondo-o.

O que se percebe é que os dois métodos partem do concreto, do visível, para o abstrato, raciocínio-lógico. Trabalham na criança formas sintéticas e analíticas: sintéticas, porque permitem ao aluno construir o conceito a partir do concreto, analítica, porque, nesse processo, a criança deve discernir no objeto aqueles elementos que constituem a globalização. Assim, as duas formas de ensinar se interligam e passam a fazer parte do processo criativo da matemática.

Para Santos (1997), “a função educativa do jogo oportuniza a aprendizagem do indivíduo, seu saber, seu conhecimento e sua compreensão de mundo”.

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um aprender mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz ou por que faz. Muito menos um aprender que se esvazia em brincadeiras, mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.

O material concreto ou o jogo pode ser fundamental para que isto ocorra. Em outros momentos, o mais importante não será o material, mas sim, a discussão e resolução de uma situação-problema ligada ao contexto do aluno ou, ainda, a discussão e utilização de um raciocínio mais abstrato.

Depois desta breve retomada histórica de jogo e concepções pedagógicas voltadas ao ensino da matemática, o foco principal deste trabalho que é o ensino de álgebra na 7ª série do Ensino Fundamental, passa a ser o assunto discutido.

3 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DA ÁLGEBRA E ALGUNS CONCEITOS

Observando a evolução do pensamento matemático retratada pela história da matemática, segundo o professor Dario Fiorentini (s/d), é possível identificar quatro categorias progressivas do conhecimento matemático. São elas:

1) **Categoria experimental:** é o berço da matemática. Emerge da necessidade de resolução de problemas práticos. Nesta categoria estão situadas a Aritmética e a Geometria Experimental.
2) **Categoria sistemática:** surge da generalização e da sistematização da matemática experimental. A evidência de propriedades e princípios representou uma transição do prático para o teórico. Aqui se situa o advento da Álgebra, da Trigonometria, de alguns Teoremas como o de Pitágoras e o de Tales.
3) **Categoria axiomática:** representa a criação de um modelo teórico complexo que emerge do estudo de sistematizações já realizadas.
4) **Categoria formal:** é um passo além da axiomatização. É a tentativa de unificação de vários modelos teóricos ou de campos de conhecimento proporcionando uma visão de totalidade. O uso de uma simbologia sofisticada e o uso do método dedutivo facilita, em grande parte, esta realização. Assim, a Geometria reduz-se à mera representação simbólica.

A palavra álgebra surgiu do nome do livro "Al-jebr w'al-nugâbalah", escrito pelo árabe Al-Khowârizmî sobre equações, no ano 825 d.C. Esta obra constitui-se numa sistematização do que até então se havia feito em relação a àlgebra.

Daí surgiria álgebra de "al-jebr" e algarismo de "al-khowârizmî", quando da tradução desta obra, por Fibonacci, para o italiano.

Entretanto, os primeiros estudos sobre equações de que se têm notícias datam de aproximadamente 1600 a.C. Referem-se ao Papiro Egípcio de Khind, feito por "Ahmés", o qual apresenta solução para algumas equações.

Porém, foi Diofanto de Alexandria (360 d.C.) o primeiro a apresentar uma teoria para equações de 1° grau, além de alguma contribuição para a solução de equações do 2° grau.

Dentre os hindus, também expoentes na álgebra, destacou-se Bháskara (séc. XVII). Até aqui a álgebra era considerada uma generalização da aritmética.

A partir do século XVIII, com as investigações acerca da correspondência de variáveis no estudo dos fenômenos físicos, consolidar-se-ia a noção de "função", passando então, a ser esta a noção fundamental da álgebra moderna.

Esta noção desencadearia a "Teoria dos Conjuntos" e a descoberta das "estruturas algébricas" que constituiriam uma tentativa de unificação da matemática pela álgebra.

Tendo em vista todo processo histórico da álgebra, surgem também alguns conceitos.

Para Perelmann (1970 apud FIORENTINI, s/d), a álgebra é a "aritmética das sete operações".

Gonçalves (1971 apud FIORENTINI, s/d) diz que "Álgebra é o cálculo das funções, ou, é a parte da matemática que tem por objeto a transformação das expressões algébricas e a resolução de equações".

Fiorentini aponta que para os adeptos do movimento da "Matemática Moderna", a "Álgebra é a parte da matemática que tem por objeto o estudo das estruturas algébricas e suas propriedades (grupos, anéis, corpos...)".

Portanto, é possível entender a álgebra como "porta de entrada para uma matemática mais avançada". A álgebra dá aos alunos os conceitos e a linguagem de que precisam para partir da solução de problemas individuais da matemática, para então compreenderem relações mais genéricas.

Afinal, o que é álgebra?

> A Álgebra é a forma de uma aritmética avançada na qual letras do alfabeto representam (ou significam) números desconhecidos. As letras mais usadas são x, y ou n. [...].
> A letra x é chamada também de símbolo (ou incógnita[1]) ou variável[2]. É um símbolo porque representa algo. É uma variável porque pode representar números diferentes, dependendo do problema.

---

[1] A letra é representante de um número desconhecido, por exemplo, durante a fase de colocação na forma de equação, a letra é pensada como um número fixo e preciso. Esse número é designado provisoriamente por uma letra, porque não se conhece o seu valor (MACHADO, 2003).

> O problema 4 + x = 7 é conhecido também como “equação”. Uma equação é uma declaração de que duas coisas, ou dois conjuntos de coisas são iguais.
> “Iguais” significa que os itens de cada lado do sinal de igual (=) tem o mesmo valor.
> Resolver um problema algébrico significa encontrar o número que a incógnita (ou variável) possui. Assim, no exemplo acima, a pergunta a ser respondida é: “Qual” é o número (x) que, somado a 4, é igual a 7? Outros exemplos de equações são: 5x = 25 ou 3y + 2 = 302.
> Para resolver uma equação, as operações básicas da matemática são usadas: adição, subtração, multiplicação e divisão.
> A equação é resolvida quando a variável fica sozinha em um lado do sinal de igual. Por exemplo: 4 + x = 7.
> Se 4 mais (+) algo desconhecido é igual a 7, deve ser então verdade que x = 7 – 4. logo, 7 menos (-) 4 deve dar a resposta. A resposta é 3 ou x = 3. (VANCE, James. Operações Numéricas de uma Perspectiva Algébrica.< http://library.unesco-iicba.org/Portuguese/Math_Serie/Math_pages/Artigos>)

Esta forma explicativa e detalhada do que é álgebra será a base para resolver todos os problemas algébricos inclusive para os problemas com graus de dificuldades avançados.

Para Miranda (apud GRANDO, 2006),

> [...] os conceitos do campo algébrico constituem um conjunto de conhecimentos bastante significativos para que o aluno desenvolva sua capacidade de análise e síntese, de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas (p. 56).

Entende-se, portanto, que aprender e compreender a resolução de problemas algébricos é encontrar, de modo mais rápido e fácil, o caminho para resolver problemas na vida cotidiana, conseguindo analisar e solucionar as “equações” que se apresentam.

3.1 PROPOSTAS E POSSÍVEIS APLICAÇÕES DO MATERIAL CONCRETO

O que leva a uma pesquisa mais detalhada sobre como ensinar álgebra para alunos da 7ª série do Ensino Fundamental é a realidade perceptível com que ela vem sendo desenvolvida, realidade

---

[2] Assume valores num conjunto específico e estabelece uma relação entre dois conjuntos. Nesse caso, o cálculo não tem mais um fim em si – ele está a serviço de uma função (MACHADO, 2003).

esta que apresenta um ensino algébrico mecanizado e automatizado, ou seja, uma “decoreba” de fórmulas e símbolos que, além de tudo, estão dissociados de qualquer contexto ou significado social.

Segundo Miranda (2003 apud GRANDO, 2006, p. 57), atualmente “o ensino-aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental restringe-se à abordagem de expressões algébricas, com redução de termos semelhantes, valores numéricos, operações, fatoração, equações, inequações, sistemas de equações e funções”.

Não que tudo isso não seja importante, pois são os conteúdos a serem desenvolvidos no ensino da álgebra. Porém o que se busca são maneiras novas de ensinar, maneiras que criem condições para que o aluno aprenda e se desenvolva de forma ativa, inteligível e sistemática (TRINDADE, 1996).

Cabe ao professor a responsabilidade de propor diferentes atividades que sejam significativas dentro de um contexto personalizando dos conhecimentos científicos. Para tal, o enfoque do trabalho está voltado a um processo de aprendizagem que venha a envolver algumas das questões acima apresentadas, no que se refere à atribuição de significados. De forma prática e detalhada, pretende-se descrever a maneira mais simples, eficaz e significativa de ensinar alguns tópicos de álgebra, desde a explicação até a aplicação dos problemas algébricos.

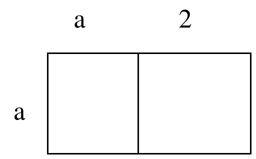
O desenvolvimento do pensamento algébrico tem uma relação direta de cumplicidade com o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os PCNs de matemática apresentam propostas para o ensino da geometria associado à álgebra. No documento consta:

> - No desenvolvimento de conteúdos referentes à geometria e medidas, os alunos terão também oportunidades de identificar regularidades, fazer generalizações, aperfeiçoar a linguagem algébrica e obter fórmulas, como para os cálculos das áreas. O aluno também poderá ser estimulado a construir procedimentos que levam à obtenção das fórmulas para calcular o número de diagonais ou determinar a soma dos ângulos internos de um polígono.
> - Além disso, situações problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos. Os alunos podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou área) de um quadrado, em função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação.

- No quarto ciclo pode-se construir uma série de retângulos semelhantes (como a medida da base igual ao dobro da medida da altura) e analisar a variação da área em função da variação da medida da base, determinando a sentença algébrica que relaciona essas medidas e expressando-a por meio de um gráfico cartesiano (p. 118)
- Convém também salientar que a "visualização" de expressões algébricas, por meio do cálculo de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas como:

Exemplo:



1º) Cálculo da área do retângulo pela multiplicação das dimensões do retângulo:

a e *a +2: a .(a+2)*

2º) *Cálculo da área do retângulo pela soma das áreas das figuras que o compõem, o quadrado e o retângulo menor:* a^2+2a.

Obtendo-se assim $a.(a+2)= a^2 + 2a$ *(BRASIL, 1997, p. 121)*

A utilização desses recursos possibilita ao aluno conferir um tipo de significado às expressões. No entanto, a interpretação geométrica dos cálculos algébricos é limitada, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico simples para aplicá-lo. Além disso, é preciso que ele perceba que é possível atribuir outros significados às expressões. Assim, 'visualizações' desse tipo podem ser interessantes em alguns momentos, dependendo do contexto da situação-problema, mas o trabalho não pode apoiar-se exclusivamente nelas. (BRASIL, 1997, p. 121).

Resumindo, com a geometria fica claro o surgimento e o processo de criação de uma expressão algébrica, como no exemplo acima.

Portanto, para ensinar álgebra é preciso, em primeiro lugar, ter clareza de seu conceito e significado[3]. Além disso, o ensino da álgebra é essencial no que diz respeito ao desenvolvimento psicológico das crianças. Vygotsky (1987, p. 180 apud CEDRO, s/d) concorda quando afirma que "a álgebra livra o pensamento da criança da prisão das relações numéricas concretas e o eleva ao nível mais abstrato" e, ainda, "pelo aprendizado de álgebra, a criança passa a compreender as operações aritméticas como casos particulares de operações algébricas. Isso dá a criança uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada de suas operações com quantidades concretas".

Para que isso aconteça no ensino da álgebra, é necessário uma didática orientadora de ensino. Essa didática orientadora de ensino objetiva-se no desenvolvimento de três contextos: a crítica, a descoberta e a prática social.

[3] Conceito citado na primeira parte da presente pesquisa.

Num primeiro momento, é necessário fazer com que o aluno, através das equações de 1º grau[4], perceba e compreenda o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos, no problema algébrico, na vida e no mundo. Nessa primeira fase da resolução, está a criticidade perante o problema e sua solução.

Depois é importante que o aluno perceba que existe um controle do movimento das quantidades e que este controle pode ser representado por meio da linguagem. Linguagem essa que tem necessidade de ser específica e eficiente, ou seja, a linguagem das equações é uma forma particular de compreender o movimento mais amplo das quantidades.

> Essa base comum é estruturada pela intencionalidade das ações que desenvolvem a criticidade, o questionamento **(o contexto da crítica)**, a experimentação, a generalização **(o contexto da descoberta)** e a possibilidade do conhecimento e do envolvimento coletivo **(o contexto da prática social)** (CEDRO, s/d, grifo do autor).

A álgebra como se sabe apresenta-se numa equação com "números" e "letras". Essa equação, é denominada "expressão algébrica". Na matemática, cada item e sua respectiva quantidade, em uma equação (ou expressão algébrica), recebe o nome de "termo". Se a expressão algébrica constitui-se de um só termo, denomina-se "monômio". Se possuir dois termos, "binômio", e três termos, "trinômio"**.** Resumindo, igual ou acima de dois termos chamamos a expressão algébrica de "polinômio", (poli = vários muitos).

Exemplos:

Monômio: 5a

Binômio: 5a + 3c

Trinômio: 5a + 3c + 1

Polinômio: 5a + 3c + 2d + 1

Em uma expressão como esta pode-se identificar e explorar o conceito de valor numérico, termos semelhantes e adição de polinômios de 2º grau. Além da soma, pode-se trabalhar com multiplicação, divisão e subtração.

---

[4] Uma das formas de linguagem matemática que possibilitam o controle do movimento das quantidades.

Um exemplo concreto para entender a abstração da álgebra é a utilização do Material Multibase (placas, barras e cubinhos). O uso do Material Multibase é uma das formas mais utilizadas para o ensino algébrico.

Outra maneira já experienciada é apresentar ao aluno um problema que precisa ter a interpretação como foco principal, e não apenas o uso de técnicas operatórias para resolvê-lo. À medida que a resolução de problemas segue diferentes caminhos, acaba por absorver as técnicas operatórias sem necessidade de memorizá-las fora de contexto.

Segundo Polya, citado por Fainguelernt (1990), na resolução do problema existem três etapas correspondentes às perguntas "O que eu tenho?" (dados do problema), "O que eu quero?" (resposta do problema) e "Como eu vou do que tenho para o que quero?" (processos de solução).

Exemplo: Ana Lúcia construiu uma região retangular A, cujo comprimento em centímetros mede o triplo da largura. Em seguida, tirou uma parte retangular de 5cm por 2cm. Observe as figuras e escreva, na forma mais simples possível, as expressões algébricas que indicam: o perímetro de A, o perímetro de B, a área de A e a área de B.

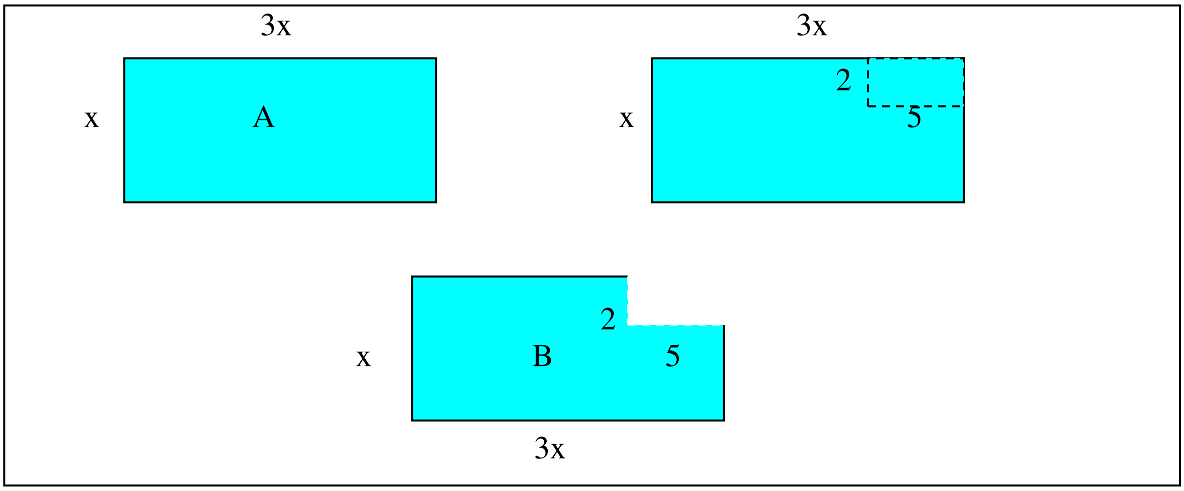


Figura 3.1.1: Perímetro das figuras A e B.

Perímetro de A: $3x + 3x + x + x = 8x$

Perímetro de B: $3x + x + 3x - 5 + x - 2 + 5 + 2 = 8x$

Área de A: $3x \cdot x = 3x^2$

Área de B: $3x^2 - 10$

Para as pesquisadoras Estela K. Fainguelernt e Franca C. Gottlied, “[...] os alunos devem aprender a refletir para analisar o que lhes é oferecido, saber julgar, interpretar o significado daquilo que vêem e/ou lêem. Um dos objetivos do nosso ensino é prepará-los para tal realidade”. (2002, p. 45)

Com esses exemplos sobre como ensinar álgebra, na próxima seção, foca-se o trabalho num jogo, onde todas as formas acima citadas serão úteis. A partir da próxima seção, passa-se a apresentar e explicar esse jogo.

4 TEORIA EM PRÁTICA: AS SITUAÇÕES

Trabalhar a álgebra na 7ª série, ou seja, expressões algébricas do primeiro e segundo grau, monômios e polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau, são, em geral, assuntos em que os alunos apresentam um maior grau de dificuldade de aprendizagem. Propõe-se, no entanto, um paralelo entre álgebra e geometria, rompendo, assim, com essa fragmentação.

Pretende-se, com esta pesquisa, apresentar uma metodologia mais apropriada para a abordagem dos conteúdos de álgebra e geometria, efetivando uma real integração entre ambos, de forma a se obter uma melhoria na qualidade do ensino de álgebra e, conseqüentemente, do ensino de matemática.

Nessa busca pela qualidade de ensino, pretende-se ressaltar a necessidade de cultivar e desenvolver não apenas o pensamento seqüencial, preponderante na álgebra, mas principalmente o pensamento visual, dominante na geometria, já que ambos são essenciais aos problemas matemáticos.

O trabalho realizado com álgebra e geometria favorece a análise de fatos e relações, o estabelecimento de ligações entre eles e a dedução, a partir daí, de novos fatos e de novas relações, proporcionando o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.

Procurar desenvolver esses conteúdos, relacionando a álgebra com a geometria, sempre que possível, modelando algumas atividades, através do uso de quadrados e retângulos, material esse descrito como "Jogo de Álgebra", proporciona resolver as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, conforme se exemplifica adiante.

4.1 APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

O material é composto por peças em forma de quadrados de lado x (fig. 1), quadrados de lado y (fig.2), retângulos com lados x e y (fig. 3), retângulos com lados x e 1 (fig. 4) e quadrados de lado 1 (fig. 5), observando que as peças de mesma medida, porém pretas, representam quantidades opostas:

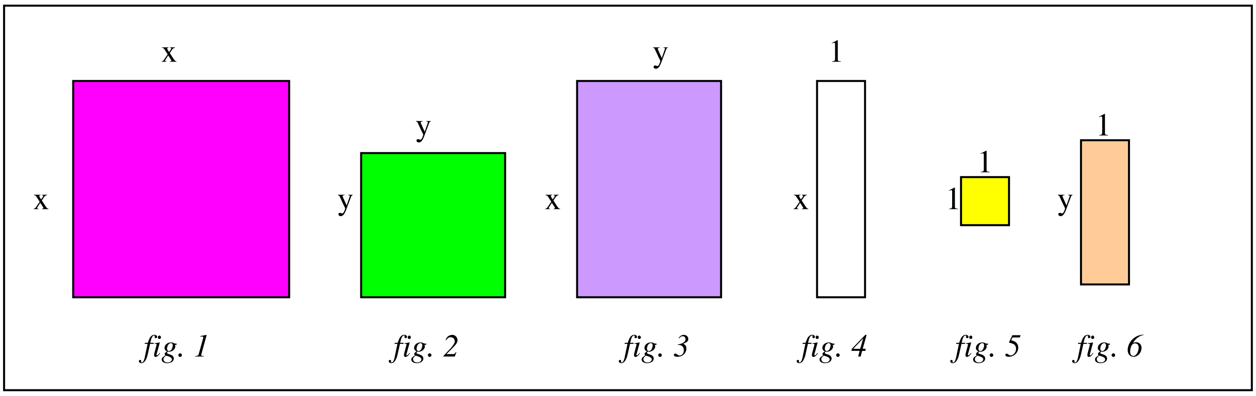


Figura 4.1.1 – Representação das peças que compõem o material concreto.

O material acima apresentado e as formas de resolução com o mesmo, estão baseados no algeplan, encontrado no trabalho desenvolvido por Rosemeire Aparecida Rosa, Fernanda Mansur Dias e Letícia Thais Medeiros e orientado por Ermínia de Lourdes Capello Fanti, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Campus de São José do Rio Preto, entitulado "O Algeplan como um recurso didático na exploração de expressões algébricas e fatoração".

4.1.1 Adição, Subtração e Simplificação

O primeiro passo é fazer a modelagem das expressões algébricas com as diferentes peças.

Exemplo: A expressão $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$ é representada da seguinte maneira:

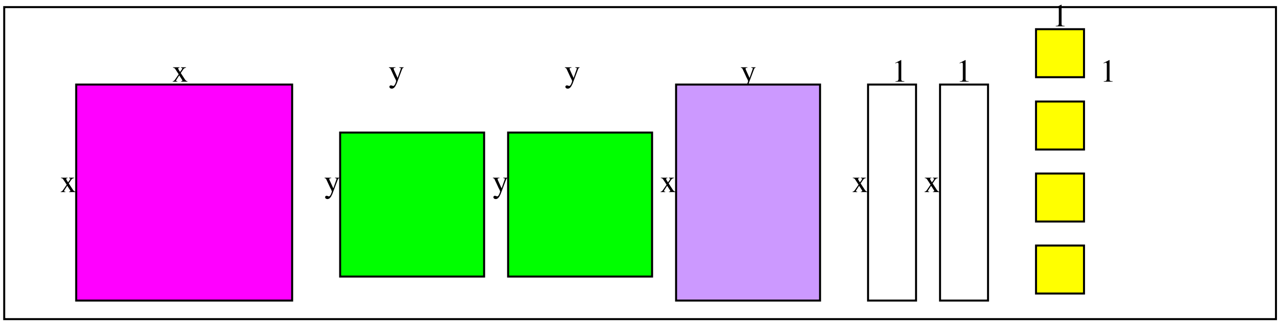


Figura 4.1.1.1: Representação geométrica da expressão $x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4$.

Situação 1: Tome 1 quadrado de lado x, 2 retângulos de lados x e 1 e 3 quadrados de lado 1. Efetue a soma das áreas das figuras, e expresse o resultado em forma de expressão algébrica, classificando-a em monômio, binômio, trinômio ou polinômio.

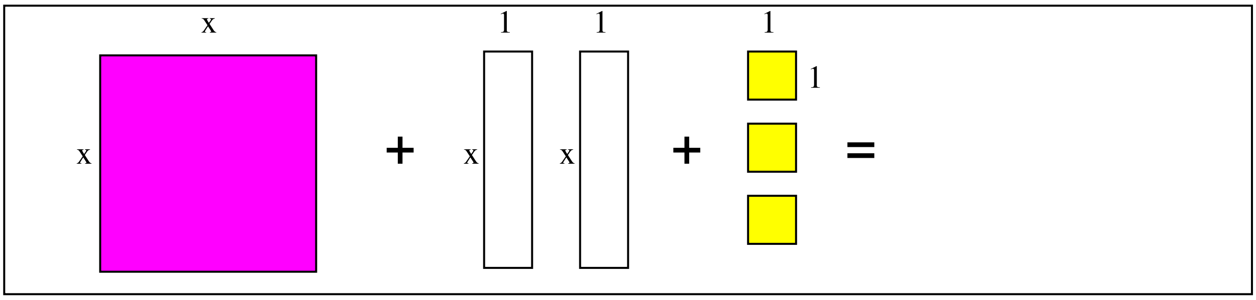


Figura 4.1.1.2: Representação geométrica da expressão $x^2 + 2x + 3$

Após modelar as peças conforme o solicitado no exercício, é possível realizar a soma das áreas de cada figura e, assim, posteriormente, obter a expressão que representa a soma dessas áreas para poder classificá-la.

$(x \,.\, x) + [(x \,.\, 1) + (x \,.\, 1)] + [(1 \,.\, 1) + (1 \,.\, 1) + (1 \,.\, 1)] =$
$x^2 + [x+x] + [1+1+1] =$

$\mathbf{x^2 + 2x + 3}$

Trinômio

Situação 2: Com o material, monte e resolva as seguintes expressões:

a) $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$

Primeiramente deve-se modelar as expressões com as figuras, a seguir observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos obtém-se o resultado desejado: $x^2 - x - 2$.

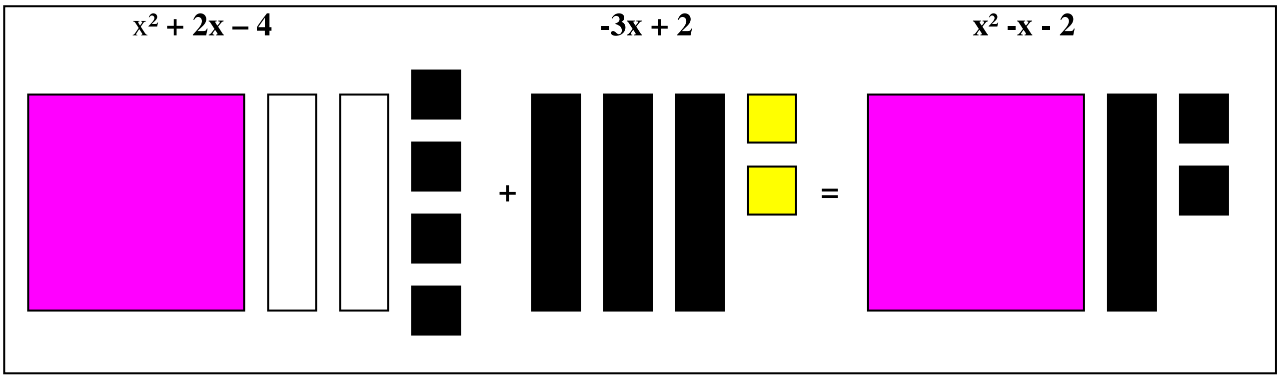


Figura 4.1.1.3: Representação geométrica da soma $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$

b) $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5)$

O primeiro passo é realizar a modelagem das expressões, obtendo $(3x^2 + 2x + 5)$ e $(-5x^2 - x - 5)$, na sequência observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos obtém-se: $-2x^2 + x$.

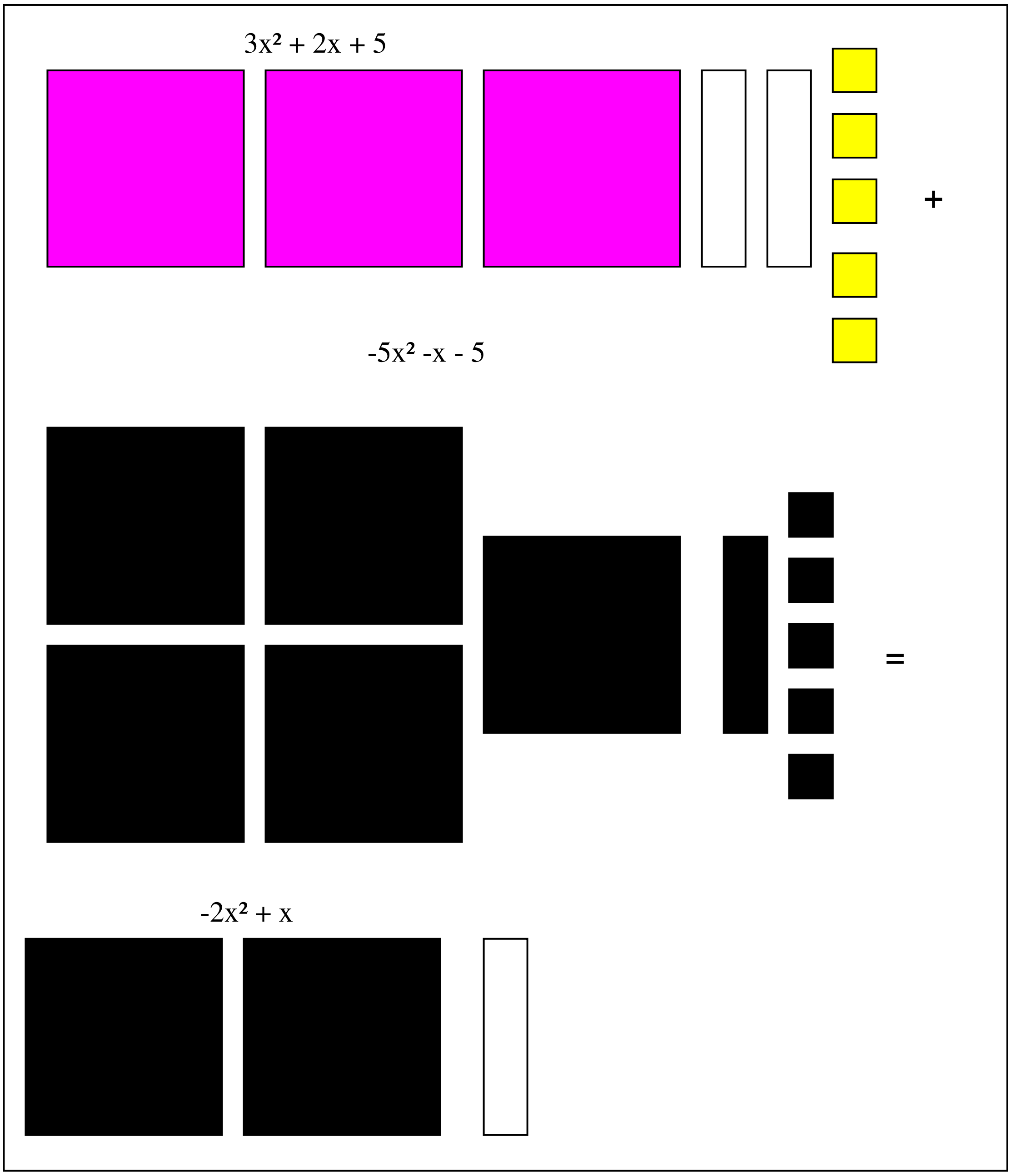


Figura 4.1.1.4: Representação geométrica da diferença $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5)$

c) $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 -2xy + y^2)$

Primeiro efetua-se a modelagem das expressões obtendo: $(x^2 + 2xy + y^2)$ e $(x^2 - 2xy + y^2)$, a seguir, observa-se que as peças pretas representam quantidades opostas (negativas), e efetuando os cancelamentos, obtém-se o resultado desejado: $2x^2 + 2y^2$.

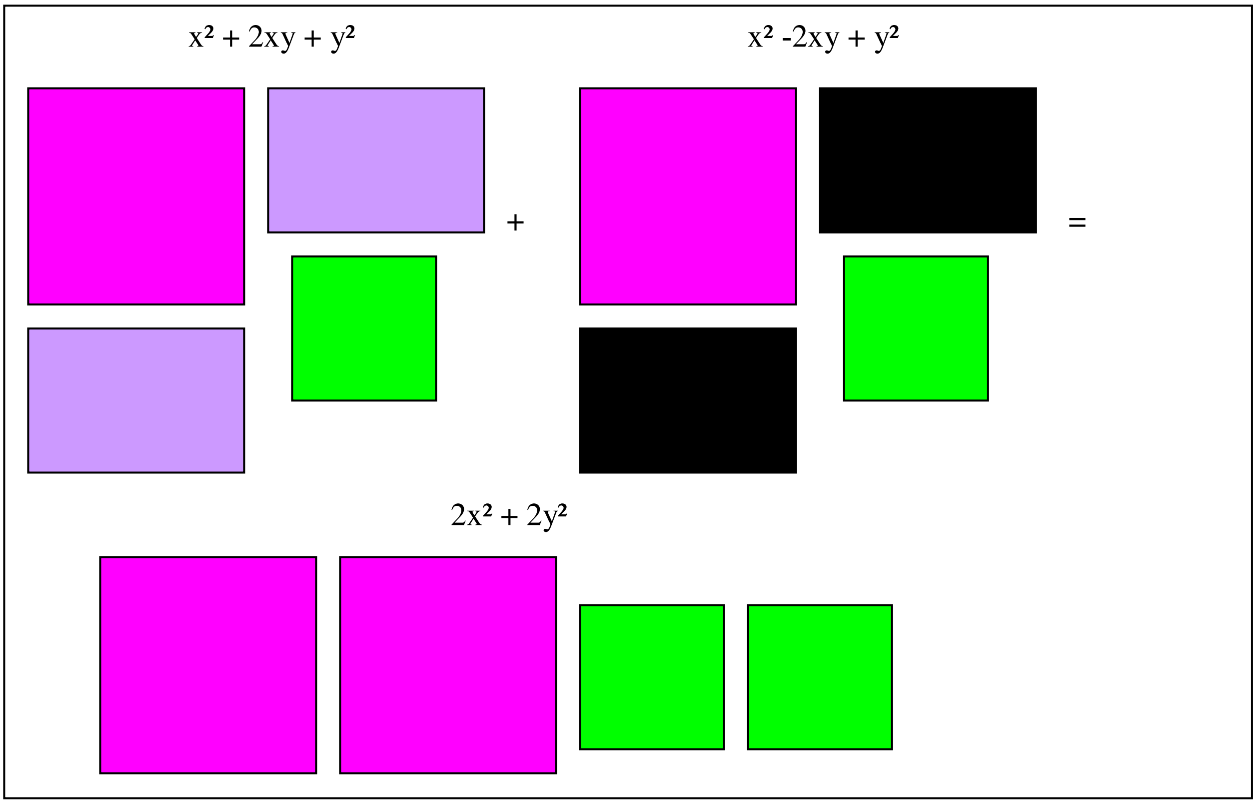


Figura 4.1.1.5: Representação geométrica de $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 -2xy + y^2)$.

Situação 3: Encontre a expressão ou polinômio que representa a área da soma das figuras:

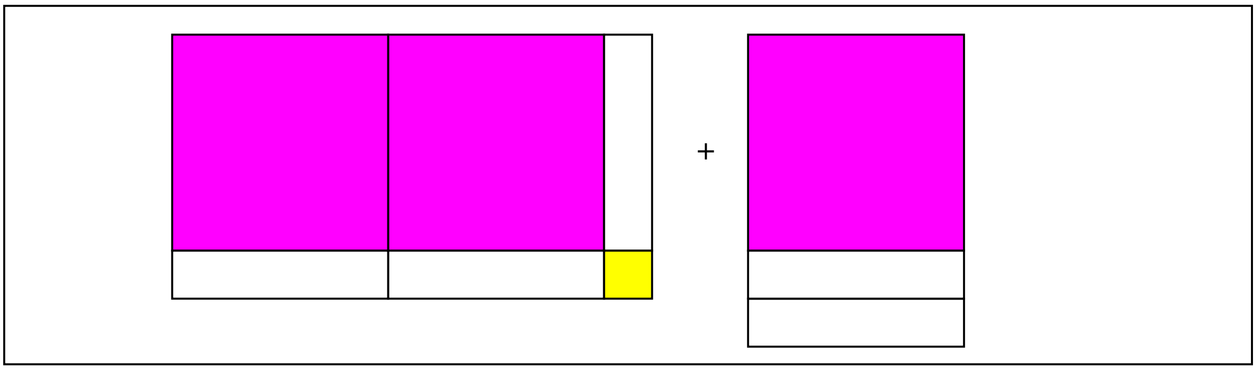


Figura 4.1.1.6: Representação geométrica de $(x^2 + x^2 + x +x + x + 1) + (x^2 + x + x)$.

Para obter a expressão relativa às figuras acima, é necessário calcular a área de cada uma das diferentes figuras que compõem a figura maior e, posteriormente, somar as áreas, para obter o resultado: $3x^2 + 5x + 1$

$(x^2 + x^2 + x + x + x + 1) + (x^2 + x + x) =$
$(2x^2 + 3x + 1) + (x^2 + 2x) =$
$2x^2 + 3x + 1 + x^2 + 2x =$
$\mathbf{3x^2 + 5x + 1}$

4.1.2 Multiplicação e Fatoração

Multiplicação

Inicialmente deve-se modelar as representações para os produtos de acordo com as regras de sinais. Por exemplo:

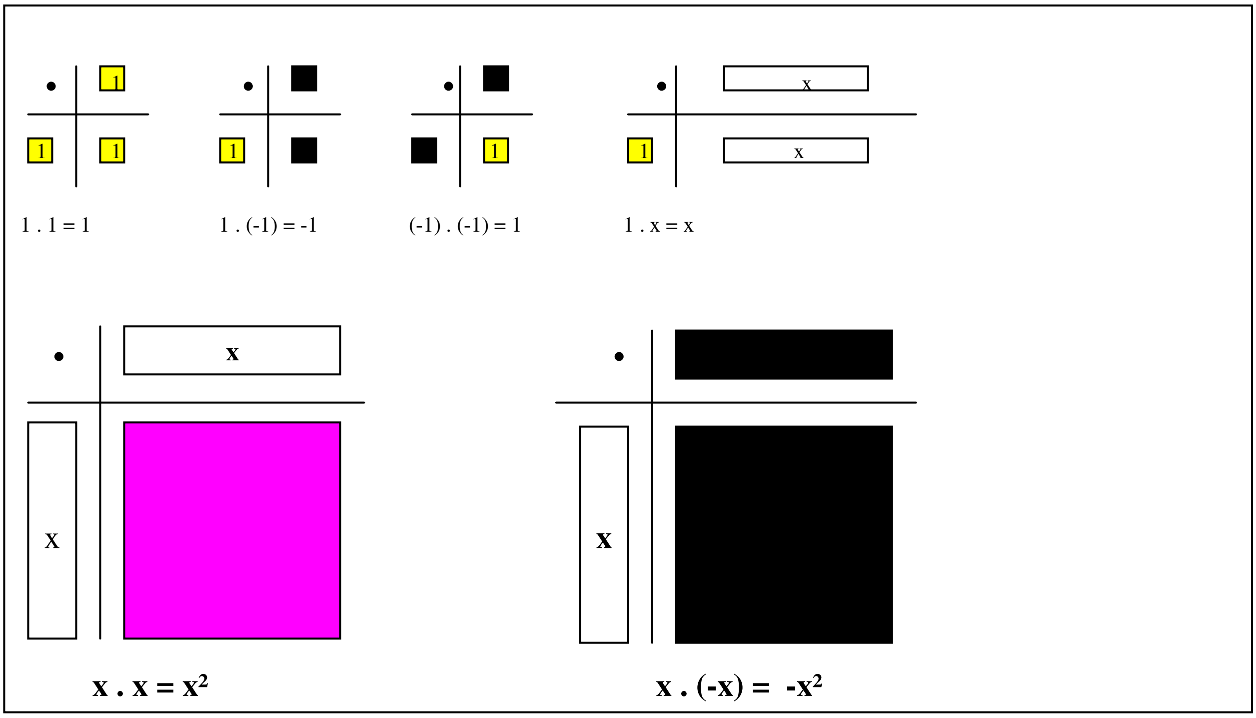


Figura 4.1.2.1: Representação da regra de sinais para a multiplicação.

Fatoração

A idéia de fatoração será estendida para as expressões algébricas. Assim, fatorar um polinômio equivale a decompô-lo num produto indicado de polinômios.

A seguir, são ilustradas duas situações: $2y \, . \, (2x + 3)$ e $(x - 1) \, . \, (x + 1)$. Usando os modelos, obtém-se que $2y \, . \, 2x + 3 = 4xy + 6y$ e $(x - 1) \, . \, (x + 1) = x^2 - 1$.

Situação 1: 2y . (2x + 3)

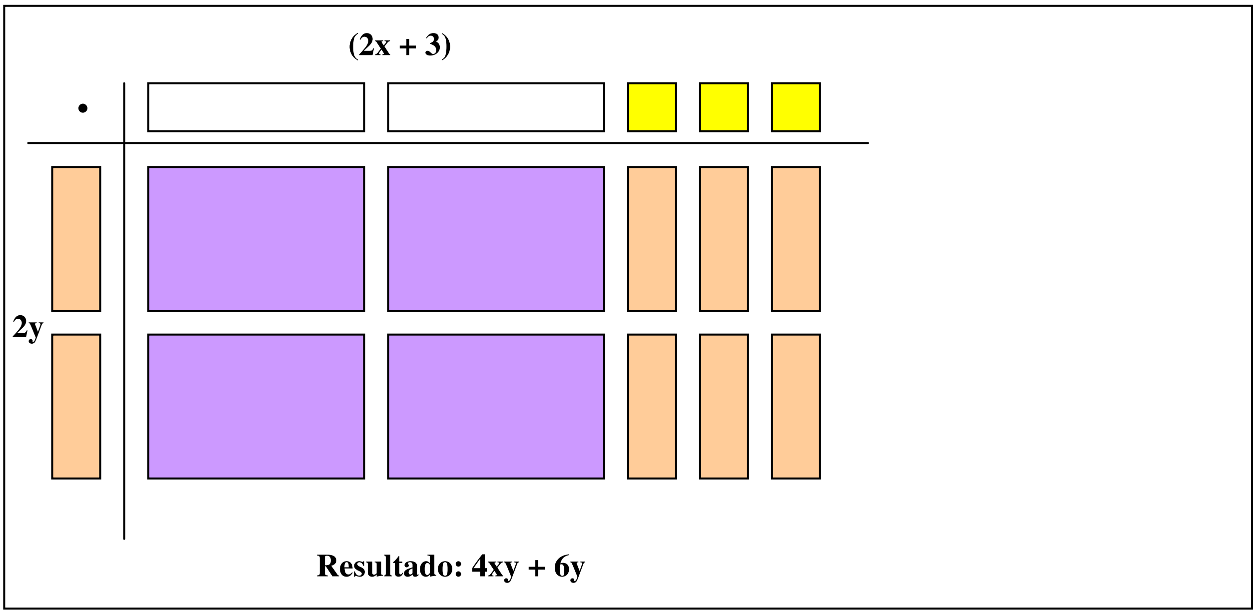


Figura 4.1.2.2: Representação geométrica de 2y . (2x + 3).

Na situação 1, tem-se um binômio na sua forma fatorada, a partir da técnica de colocar o fator comum em evidência, portanto, parte-se do resultado obtido anteriormente para se chegar, com o auxílio do material, à sua forma fatorada.

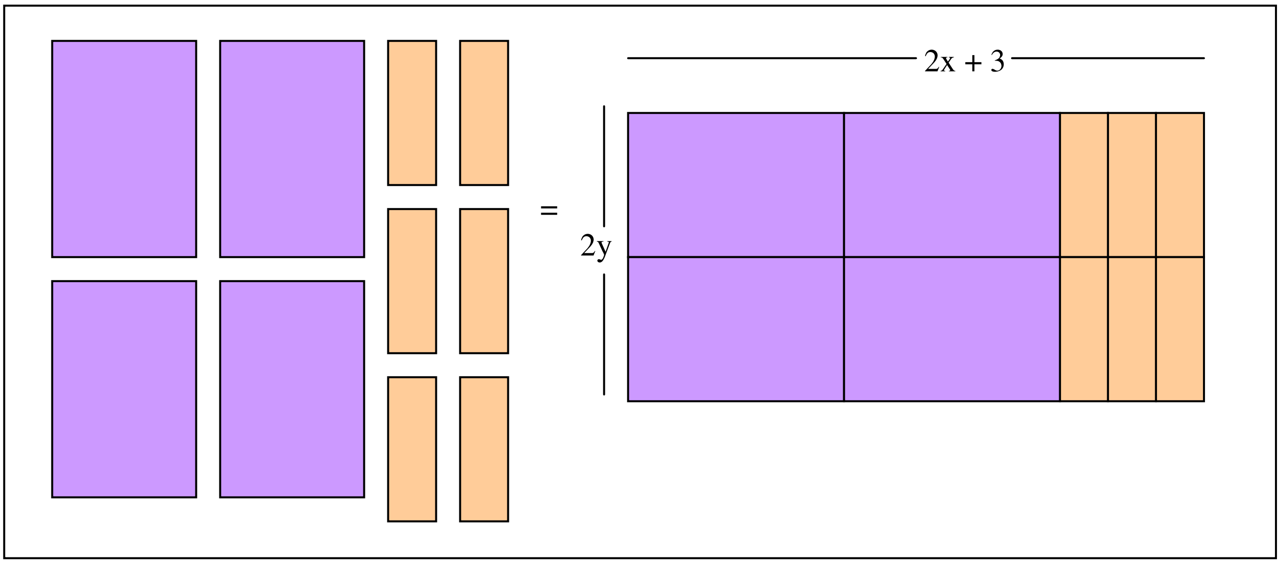


Figura 4.1.2.3: Representação da operação de fatoração do polinômio 4xy + 6y usando o material concreto.

Situação 2: (x – 1) (x + 1)

Aqui deve-se usar a distributividade: $x.x = x^2$ (rosa), $x.(-1) = -x$ (preto) na primeira linha. Depois, $1.x = x$ (branco - positivo) e por último$1.(-1) = -1$ (preto - negativo) na segunda linha. Como resultado $x^2 - 1$, pois o retângulo preto cancela o branco (negativo e positivo).

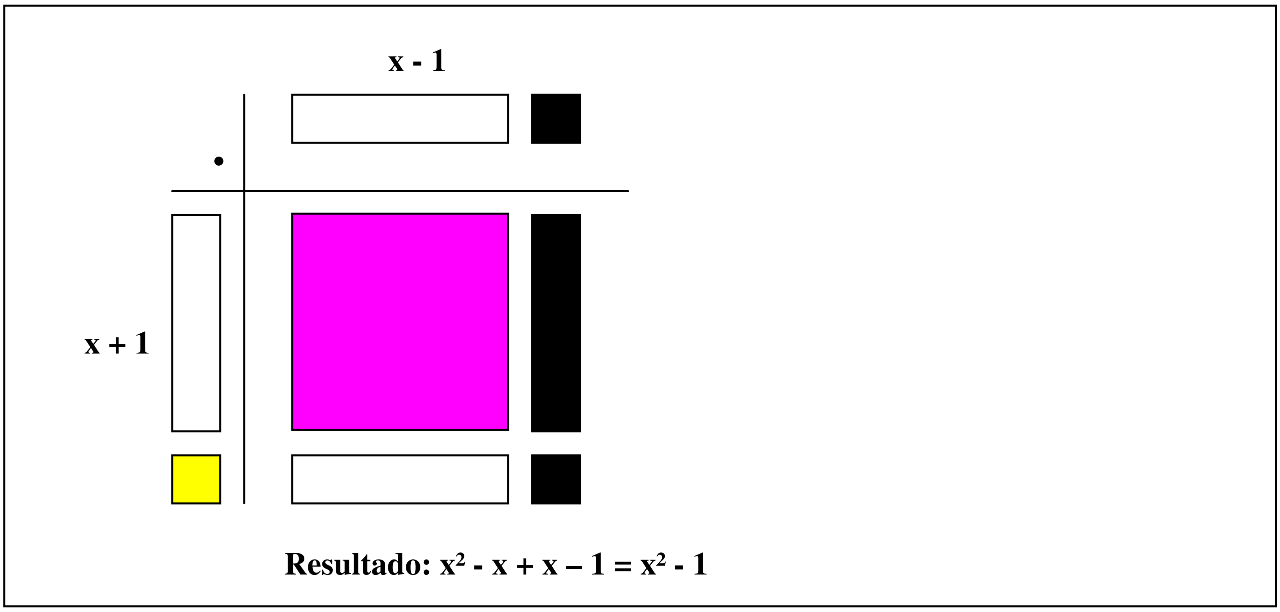


Figura 4.1.2.4: Representação geométrica de (x – 1) (x + 1).

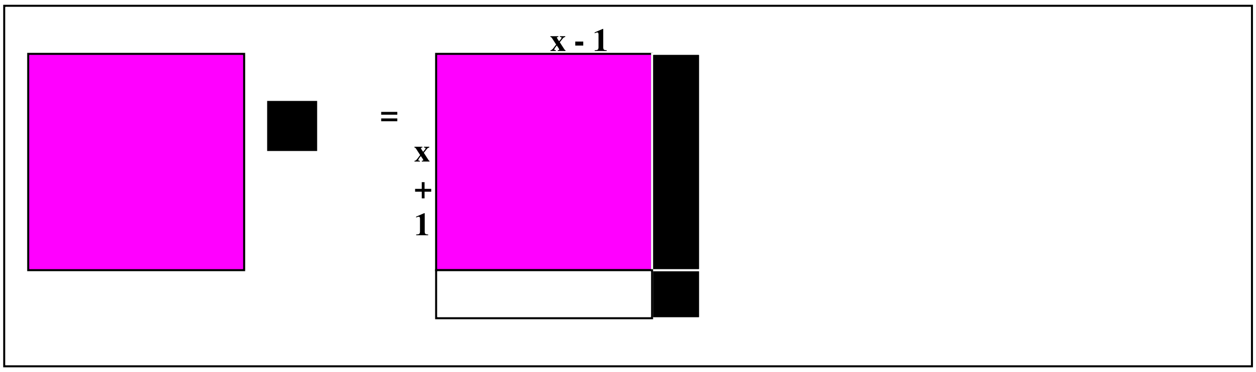


Figura 4.1.2.5: Representação geométrica da operação de fatoração do polinômio x² - 1 usando o material concreto.

Situação 4: (x + 2) (2x – 3)

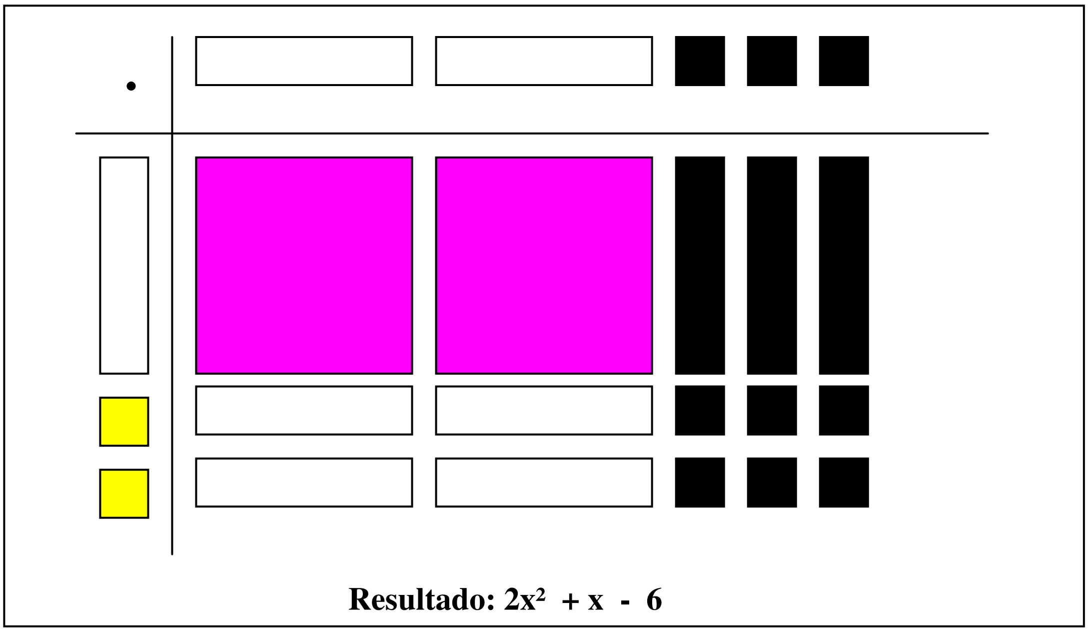


Figura 4.1.2.6: Representação geométrica de (x + 2) (2x – 3).

Na situação 4, ao multiplicar os binômios (2x – 3) e (x + 2), obtém-se o trinômio $2x^2 + x - 6$, como o trinômio é o desenvolvimento do produto dos binômios já citados, ele pode ser decomposto em um produto indicado de polinômios: (2x – 3) (x + 2). Portanto, pode-se dizer que (2x – 3) (x + 2) é a forma fatorada de $2x^2 + x - 6$.

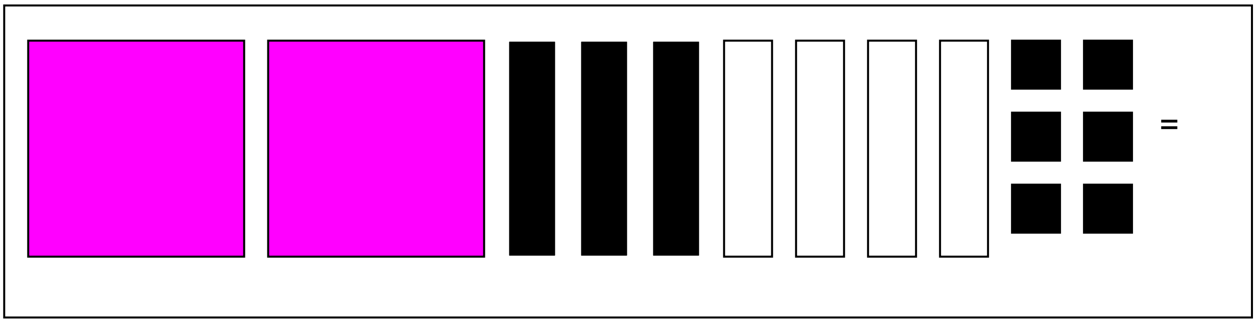


Figura 4.1.2.7: Representação geométrica do resultado de (x + 2) (2x – 3).

Com as peças que representam o resultado fica visível que é possível efetuar o cancelamento dos retângulos de lados 1 e x, portanto, cada retângulo branco (positivo) cancela um retângulo preto (negativo), restando assim apenas um retângulo branco. Veja-se:

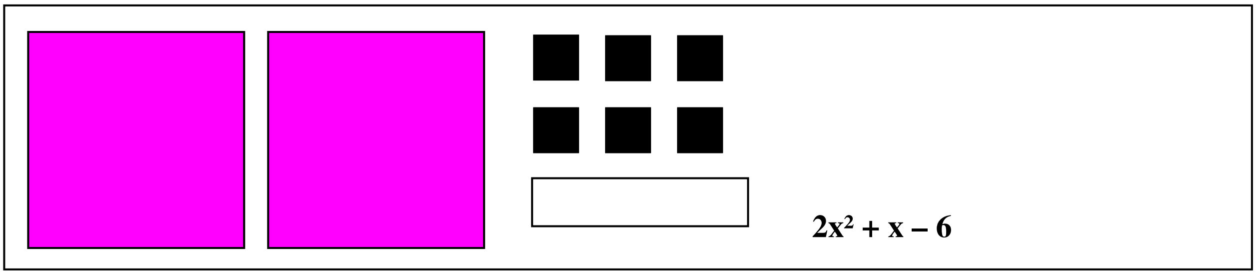


Figura 4.1.2.8: Representação geométrica do resultado de (x + 2) (2x – 3), depois de efetuados os cancelamentos.

Partindo de $2x^2 + x - 6$, encontra-se a forma fatorada completando o retângulo, acrescentando em ambos os lados figuras opostas que se cancelam. Veja-se:

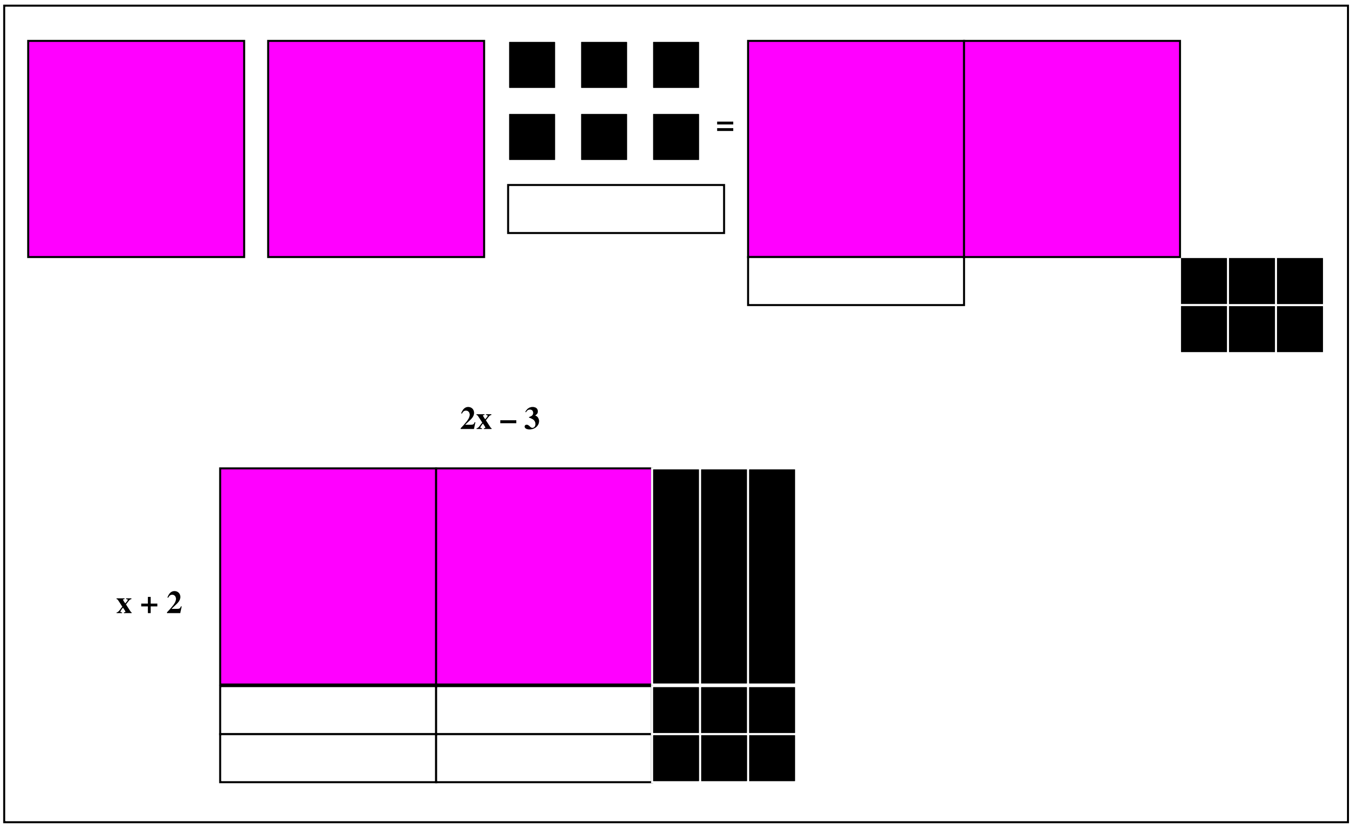


Figura 4.1.2.9: Representação geométrica da fatoração de $2x^2 + x - 6$.

Usando o mesmo trinômio utilizam-se as peças que o representam e pelo método das tentativas formar-se-á um retângulo perfeito, para então se chegar a sua forma fatorada. Observe:

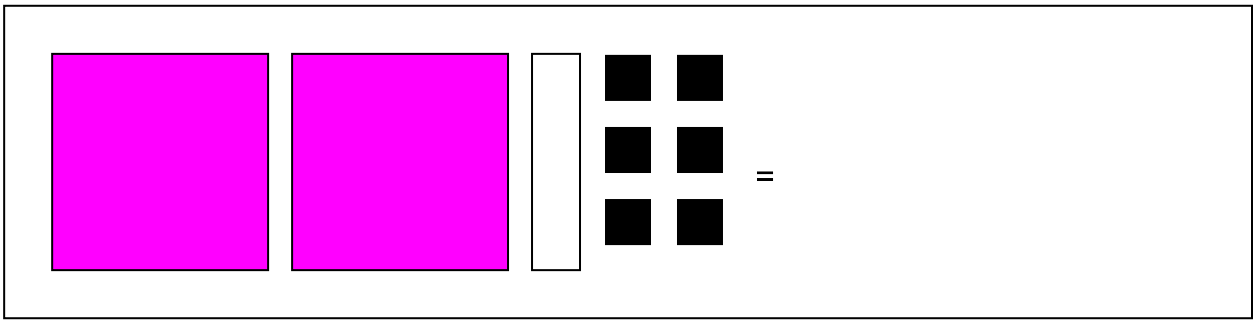


Figura 4.1.2.10: Representação do resultado de $(x + 2)(2x - 3)$.

O objetivo, aqui, é formar um retângulo perfeito com as peças do trinômio e, quando necessário, completá-lo com peças que se cancelam. Na situação abaixo não é possível completar o retângulo com as peças dispostas dessa maneira, pois, para efetuar o cancelamento, é preciso que os números de peças que estão faltando seja par, o que não acontece, pois faltam sete retângulos de lados 1 e x, ou seja, completando com esse número de peças o resultado alterará para $2x^2 + 4x - 6$.

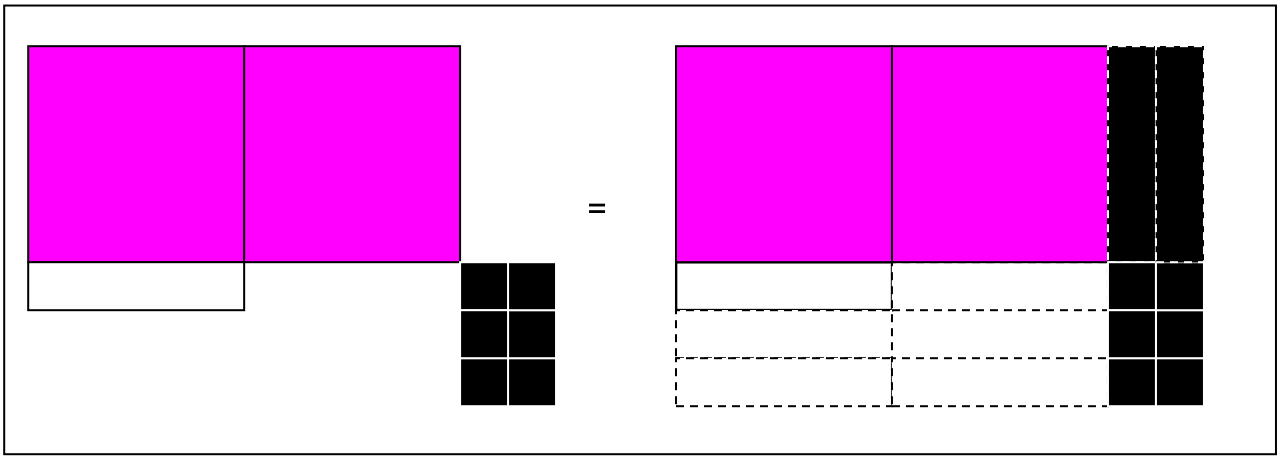


Figura 4.1.2.11: Representação geométrica da fatoração de $2x^2 + x - 6$.

Portanto, tentar-se-á de outra maneira:

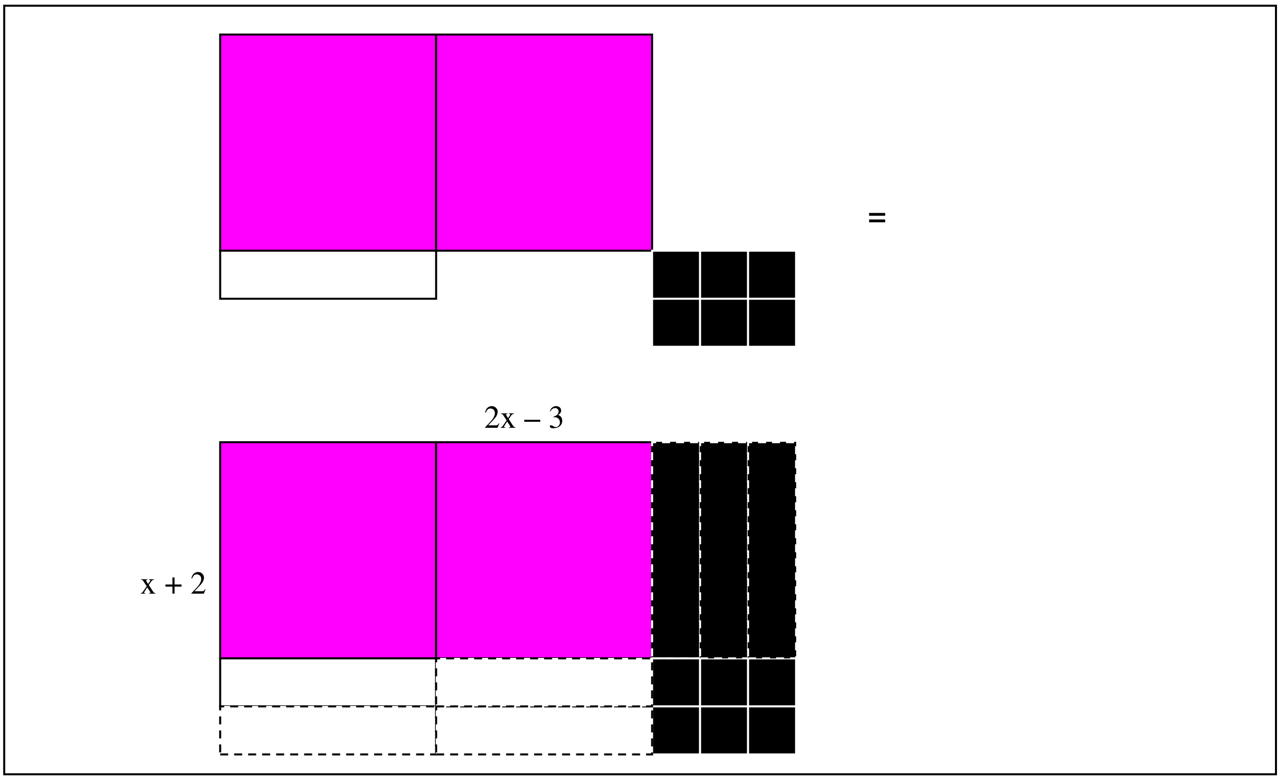


Figura 4.1.2.12: Representação geométrica do resultado da fatoração de $2x^2 + x - 6$.

Dispondo dessa maneira, o retângulo perfeito está formado sem alterar o resultado, pois o número acrescentado de peças é par e, portanto, é possível efetuar o cancelamento de forma que o resultado permaneça o mesmo.

4.1.3 Divisão

1º Caso: Divisão exata

Se a divisão for exata, o produto do quociente pelo divisor deverá ser igual ao dividendo. Assim, com o material basta construir um retângulo onde um dos lados é igual ao divisor, conseqüentemente, o outro será o quociente.

Situação 1: $(x^2 + 3x + 2) / (x + 1) = x + 2$

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, com um dos lados igual ao divisor, encontrando assim o outro lado do retângulo que é igual ao quociente. Veja-se:

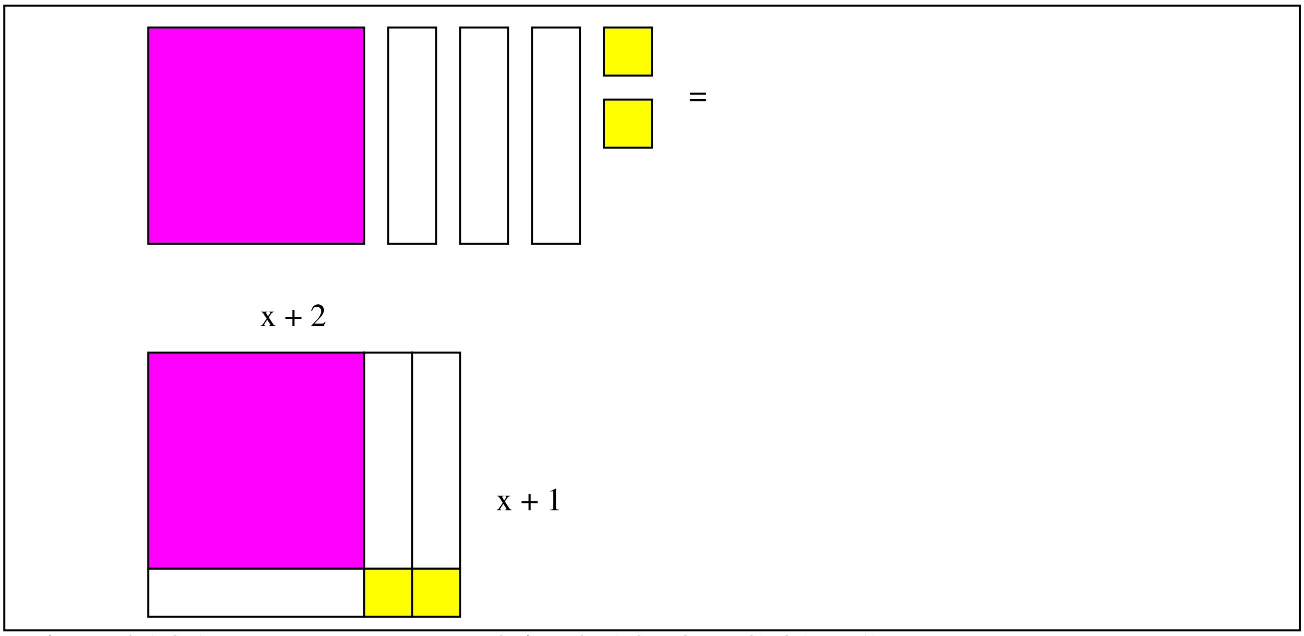


Figura 4.1.3.1: Representação geométrica de $(x^2 + 3x + 2) / (x + 1)$.

Logo, os lados do retângulo serão iguais a (x + 1) e (x + 2).

Pelo método da fatoração constrói-se um lado do retângulo igual ao divisor (x + 1), completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é (x + 2) e, portanto, (x + 1)**.**(x + 2) = $x^2 + 3x + 2$, assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$
\begin{array}{r|l}
x^2 + 3x + 2 & \;x + 1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2 - x} & \;x + 2 \\
+2x + 2 & \\
\underline{-2x - 2} & \\
0 &
\end{array}
$$

Situação 2: (x^2 - x – 2) / (x – 2) = x + 1

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito encontrando assim os lados do retângulo que são iguais ao divisor e ao quociente. Veja-se:

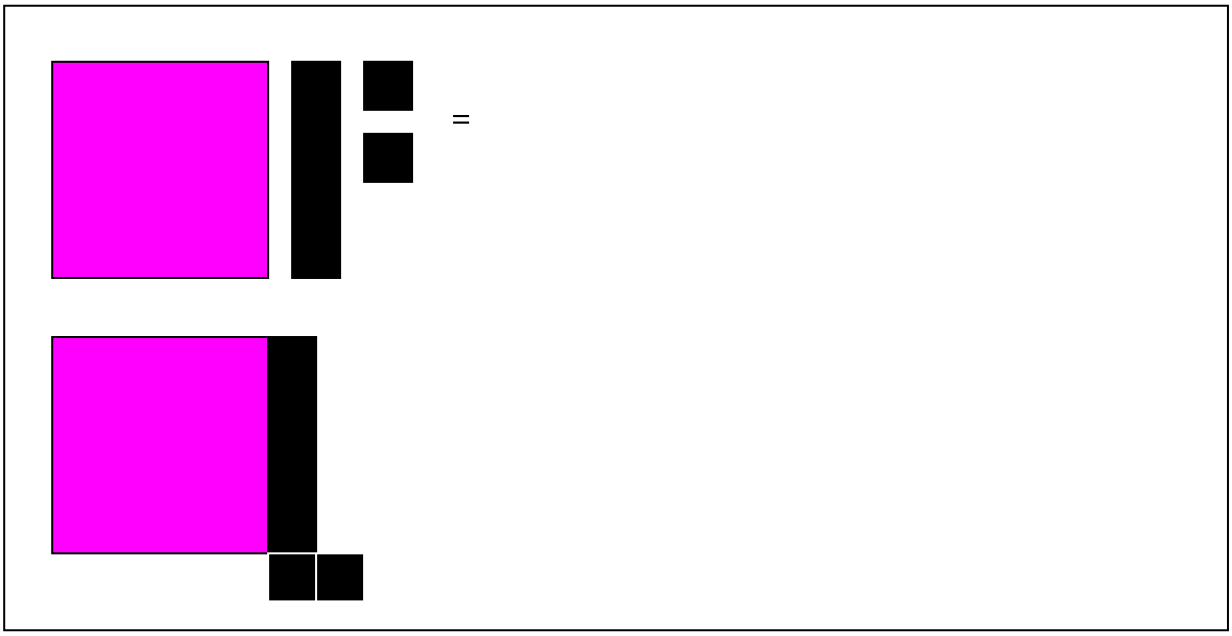


Figura 4.1.3.2: Representação geométrica de (x^2 - x – 2) / (x – 2).

Pode-se observar que é necessário, para completar o retângulo, mais dois retângulos de lados 1 e x, como o número de peças é par, pode-se efetuar o cancelamento, portanto, não altera o resultado, veja-se a figura a seguir:

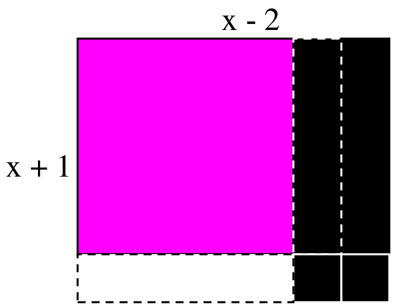


Figura 4.1.3.3: Representação geométrica do resultado de ($x^2 - x - 2$) / ($x - 2$).

Logo, os lados do retângulo serão: ($x - 2$) e ($x + 1$), como ($x - 2$) é o divisor, então, ($x + 1$) será o quociente.

Pelo método da fatoração, constrói-se um lado do retângulo igual ao divisor ($x - 2$), completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é ($x + 1$) e, portanto, $(x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$, assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x - 2 & x - 2 \\ \cline{2-2} \underline{-x^2 + 2x} & x + 1 \\ x - 2 & \\ \underline{-x + 2} & \\ 0 & \end{array}$$

2º Caso: Divisão não-exata

A divisão não exata segue os mesmos passos da anterior, porém, o material excedente na construção do retângulo é o resto da operação.

Situação 1: ($x^2 + 2x + 3$) / ($x + 2$)

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, encontrando assim os lados do retângulo que serão iguais ao divisor e ao quociente. Veja-se:

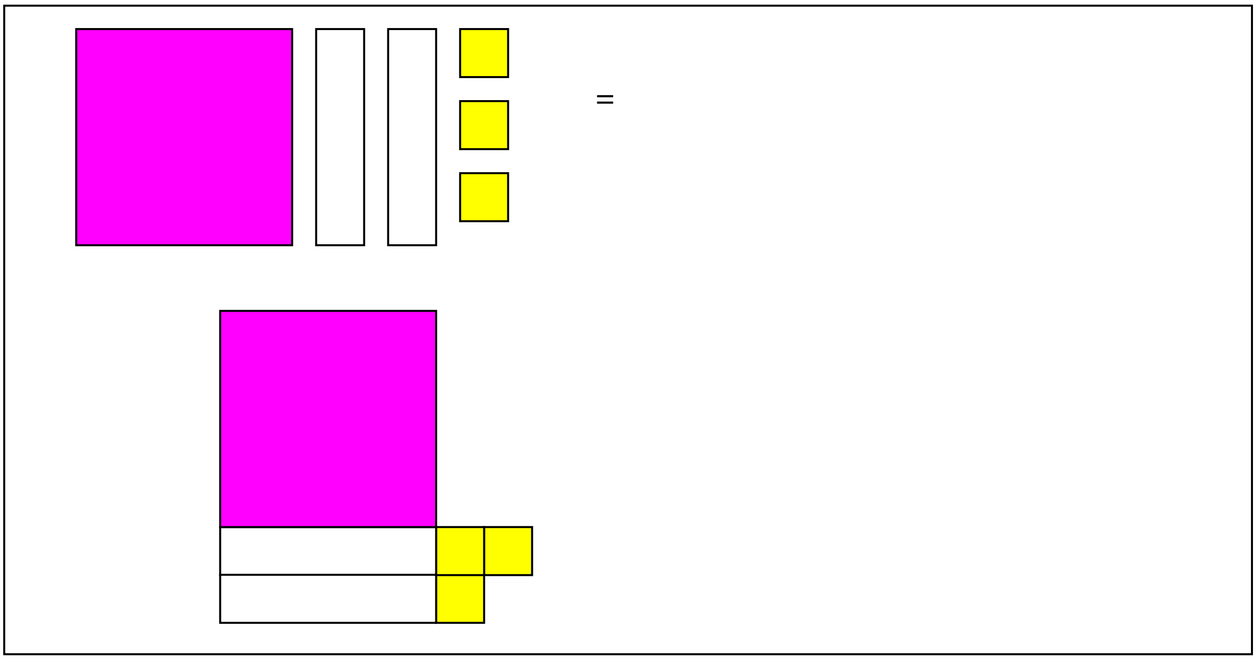


Figura 4.1.3.4: Representação geométrica de ($x^2 + 2x + 3$) / ($x + 2$).

Pode-se observar que utilizando todas as peças ou tentando completar o retângulo para que seja perfeito, o resultado fica alterado, portanto faz-se o seguinte, é possível visualizar que o retângulo perfeito já está formado, deixando de lado os três quadrados amarelos de lados 1 e 1, logo, dessa maneira, o resultado não altera. Veja-se:

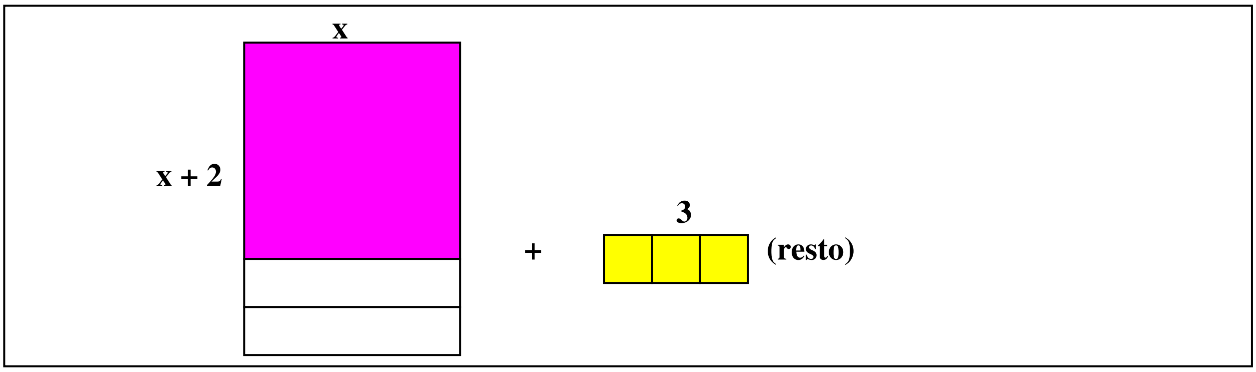


Figura 4.1.3.5: Representação geométrica do resultado de ($x^2 + 2x + 3$) / ($x + 2$).

Como já se tem o retângulo de lados (x + 2) e x sem colocar as três peças de uma unidade, verifica-se que (x + 2) (x) = $x^2 + 2x$ (área do retângulo) e tem-se o resto igual a 3, ou seja, $\mathbf{x^2 + 2x + 3 = x (x + 2) + 3}$, portanto, o quociente é x e o resto é 3.

Pelo método da fatoração constrói-se um lado do retângulo igual ao divisor (x + 2), completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é (x) e, portanto, (x + 2) (x) + 3 = $x^2 + 2x + 3$, assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$\begin{array}{l|l} x^2 + 2x + 3 & x \\ \cline{2-2} \underline{-x^2} & x + 2 \\ \quad +2x & \\ \quad \underline{-2x} & \\ \qquad +3 & \end{array}$$

Situação 2: (x^2 - 3) / (x + 2)

Com as figuras que representam o dividendo monta-se um retângulo perfeito, encontrando assim os lados do retângulo que serão iguais ao divisor e ao quociente. Veja-se:

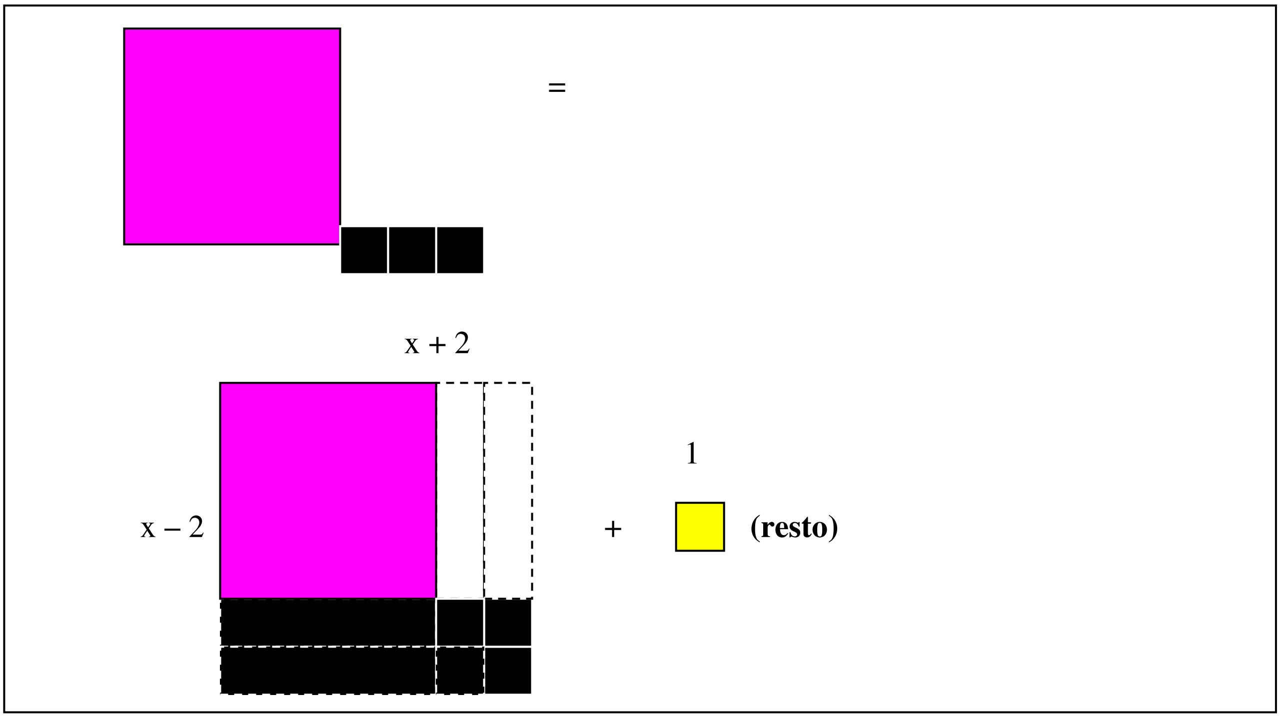


Figura 4.1.3.6: Representação geométrica do resultado de (x^2 - 3) / (x + 2).

Nesse caso foi necessário completar o retângulo com peças de forma que não alterasse o resultado, então, acrescentaram-se quatro retângulos de lados 1 e x, dois de cada lado, de forma que se pudesse efetuar o cancelamento, e também quadrados de lados 1 e 1 de forma que o retângulo estivesse perfeito, porém sobrou um quadrado de lado 1 e 1 que se chamou de resto.

Assim, tem-se o retângulo de lados $(x + 2)$ e $(x - 2)$, verifica-se que $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$ (área do retângulo) e tem-se o resto igual a 1, ou seja, $x^2 - 3 = (x - 2)(x + 2) + 1$, portanto, o quociente é $x - 2$ e o resto é 1.

Pelo método da fatoração, construiu-se um lado do retângulo igual ao divisor $(x + 2)$, completando o retângulo perfeito com as outras peças, tem-se o outro lado que é $(x - 2)$ e, portanto, $(x + 2)(x - 2) + 1 = x^2 - 3$, assim na divisão o quociente é o segundo lado do retângulo.

Pelo método da chave (Algoritmo de Euclides), tem-se:

$$\begin{array}{r|l}
x^2 - 3 & x + 2 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2 - 2x} & x - 2 \\
-2x - 3 & \\
\underline{+2x + 4} & \\
+1 &
\end{array}$$

Com esse método fica visível o conceito de polinômios e a resolução das operações em álgebra, pois a partir da disposição do material é possível perceber como se dá o processo de resolução das situações, deixando de ser um trabalho obscuro e destituído de significado.

4.1.4 Planificação de Figuras Espaciais

Para complementar o trabalho e simplificar o entendimento e a inter-relação do material concreto com a geometria, utilizam-se figuras planas representadas com quadrados e retângulos. Isso significa que para se resolver problemas algébricos, precisa-se entender essas figuras geométricas. Portanto, a geometria encontra-se inserida no contexto do estudo de álgebra. É impossível aprender álgebra sem entender a geometria.

Fica explícita essa relação de cumplicidade entre geometria e álgebra nos problemas aqui propostos.

1) Considere um paralelepípedo de dimensões a, b e c. Escreva o polinômio mais simples que indica a área total de sua superfície.

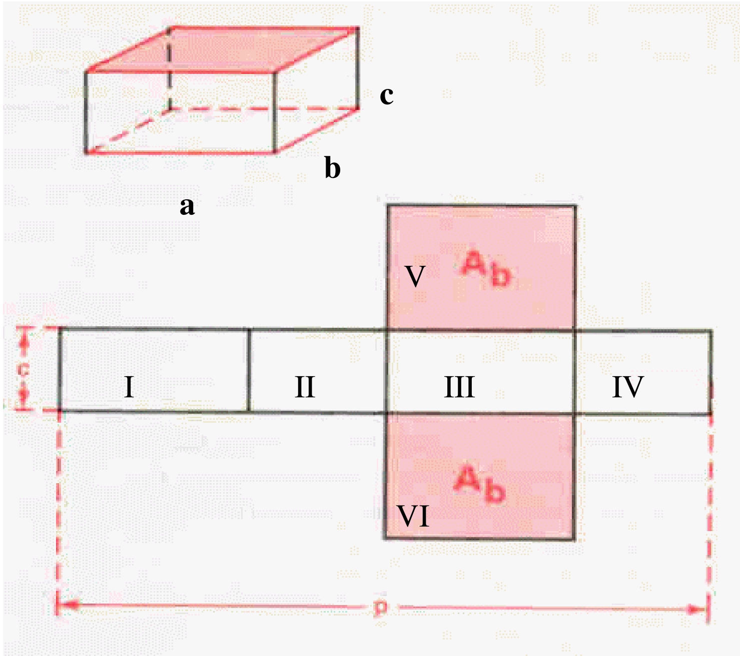
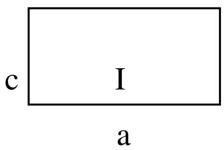
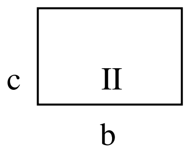
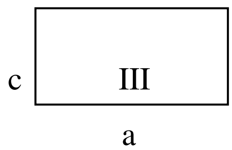


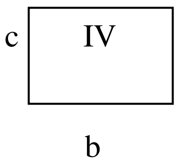
Figura 4.1.4.1: Planificação de um paralelepípedo.

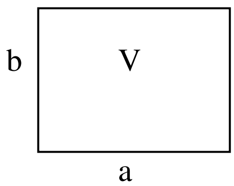


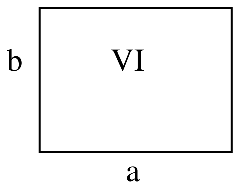




Área I: a . c   Área II: b . c   Área III: a . c







Área IV: b . c   Área V: a . b   Área VI: a . b

Área Total = Área I + Área II + Área III + Área IV + Área V + Área VI

Área Total = ac + bc + ac + bc + ab + ab = 2ac + 2bc + 2ab ou 2(ac + bc + bc)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A evolução do homem, principalmente no que diz respeito ao desenvolvimento da inteligência humana, ensinou a resolver problemas usando a razão, fórmulas e/ou lógicas. No dia-a-dia, precisa-se da razão para solucionar muitos problemas. Para tal, é necessária uma justificação coerente, então, utilizam-se de vários métodos lógicos para explicar que a solução pode ser encontrada de forma simples e eficaz.

A matemática, portanto, não está isolada do mundo das pessoas, ela está presente no dia-a-dia, em casa, no trabalho, no lazer e na escola, lugares onde se define e conceitua toda a história da matemática e, de forma subseqüente, seus conteúdos.

O ensino da álgebra é um desafio tanto para professores que precisam estar sempre atentos a novos métodos e práticas, não caindo no tradicional e acomodando-se; quanto para os alunos que já vêem a matemática como a pior das disciplinas. Porém, o trabalho aqui exposto analisa uma parte da história da matemática, o que deixa transparecer os motivos de tamanha preocupação. Por outro lado, tenta-se mostrar o quanto pode ser fácil, atraente, divertido e útil o ensino da matemática, principalmente o da álgebra. Novas maneiras, como, por exemplo, o "Jogo de Álgebra", fazem com que alunos e professores possam interagir; os professores sabendo das dificuldades e respeitando as individualidades dos alunos; os alunos buscando sempre superar desafios e adquirir conhecimentos novos.

O trabalho diferenciado no ensino da matemática é importante nos primeiros anos da escola, pois a matemática é um aprendizado contínuo, no qual as operações básicas vão dificultando, conforme se acrescentam novos desafios nos conteúdos seguintes. No entanto, "as propostas curriculares mais recentes são ainda bastante desconhecidas de parte considerável dos professores de matemática", o que não contribui para provocar mudanças desejáveis.

Porém, na educação, nunca é tarde para mudanças que possuem o intuito de transformar para melhor aprimorar as formas de ensino. Como discutido, a idéia de que o ensino de álgebra amplia os horizontes do conhecimento para questões práticas da vida humana é reafirmada por Grando, quando explica que

> […] a educação algébrica pode contribuir na formação do ser humano situado no mundo, vivendo em sociedade e construindo a sua história. Para isso, é necessário romper com a concepção formalista, que alicerça seu ensino numa visão estática, descontextualizada, arbitrária e letrista do conhecimento algébrico. É necessário, portanto, a adoção de uma *nova postura educacional*, que se embase num paradigma para a educação algébrica, o qual requer que o professor assuma a tarefa de possibilitar meios para a mediação do conhecimento; que a prática pedagógica do professor seja reflexiva, elaborada coletivamente, que os conteúdos se apresentem inseridos num contexto histórico-cultural, selecionados a partir de sua relevância científica e aplicabilidade nas questões cotidianas, que a avaliação vença o caráter classificatório, considerando o erro como importante ponto de referência na busca de estratégias para a superação das dificuldades ou obstáculos para uma aprendizagem efetiva dos conteúdos da álgebra. (2006, p.73).

Com essa afirmação é possível concluir que a educação está nas “mãos” de pessoas que se preocupam com uma formação que seja um processo desenvolvido plenamente, respeitando individualidades, culturas e contextos. Acredita-se, no entanto, que a pesquisa contínua é uma das mais eficazes fórmulas do conhecimento, pois quem acredita na transformação não esmorece na primeira derrota, mas é nela que encontra forças para continuar o caminho que levará à realização de sonhos almejados.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Edith D. M.. Educação & Matemática. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM**, São Paulo, ano IV, n. 7, p. 3.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CEDRO, Wellington Lima. **O ensino da álgebra no contexto dos espaços de aprendizagem.** Disponível em:< wcedro@bol.com.br.> Acesso em: 5 set. 2007.

FAINGUELERNT, E. R; GOTTLIED, Franca C. Uma abordagem lúdica no ensino de álgebra. **Pátio,** Porto Alegre, ano v, n. 20, p. 42-45, fev./abr. 2002.

FAINGUELERNT, E. R. Matemática: o raciocínio lógico e a resolução de problemas. In:___. **Módulo institucional.** 3.ed. Rio de Janeiro: Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro, 1990. (Projeto Qualidade de Ensino)

FIORENTINI, Dário. **O ensino da álgebra elementar.** Passo Fundo: UPF, s/d.

GRANDO, N. I. (Org.) **Pesquisa em educação matemática.** Passo Fundo: UPF, 2006.

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Iara C. B, et al. (Orgs.). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: UFRGS, 1998.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MIGUEL, José Carlos. O ensino de matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas. 2003. Disponível em:<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/O%20ensino%20de%20matematica.pdf>. Acesso em: 26 out. 2007.

MIRANDA, Ivanete Rocha; GRANDO, Neiva Ignês. Álgebra no ensino fundamental: dificuldades e obstáculos. In: GRANDO, N. I. (Org.). **Pesquisa em educação matemática.** Passo Fundo: UPF, 2006.

SANTOS, Santa M. P. **O lúdico na formação do educador.** Petrópolis: Vozes, 1997.

SEGALIN, Terezinha; GRANDO, Neiva Ignês. **Conceitos algébricos no ensino fundamental:** apropriação de significados. Passo Fundo: UPF, 2005.

TRINDADE, José Análio Oliveira. **Os obstáculos epistemológicos e a educação matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

VANCE, James H. **Operações Numéricas de uma Perspectiva Algébrica.** Disponível em: <http://library.unesco-iicba.org/Portuguese/Math_Serie/Math_pages/Artigos.> Acesso em 15 abr. 2008.